

DIPLOMADOLGOZAT

Fekete Csanád-Gellért

2024



Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem
Kaposvári Campus
mesterképzési szak

Wiener folyamatok a pénzügyi előrejelzésben

Belső konzulens: Dr. Sipiczki Zoltán egyetemi docens

Belső konzulens intézete/tanszéke:

MATE, Befektetési, Pénzügyi és
Számviteli Tanszék, Vidékfejlesztés és
Fenntartható Gazdaság Intézet

Külső konzulens: Dr. Makó Zoltán egyetemi professzor
Sapientia Erdélyi Magyar
Tudományegyetem

Készítette: Fekete Csanád-Gellért

Kaposvár

2024

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés	4
2	Szakirodalmi áttekintés	5
2.1	Történelmi áttekintés	5
2.1.1	Wiener folyamat	6
2.2	Pénzügyi matematikai fogalmak	8
2.2.1	Sztochasztikus folyamatok	8
2.2.2	Ergodicitás	8
2.2.3	Logaritmus	9
2.2.4	Martingál	10
2.2.5	Markov-láncok	10
2.2.6	Döntési fa	11
2.2.7	Bayes elemzés	11
2.2.8	A tőzsde és matematika kapcsolata	11
2.3	Befektetés	12
2.3.1	Befektetés fajtái	15
3	Módszertan	16
3.1	Tőzsdei elemzés fajták	16
3.1.1	Fundamentalista elemzés	17
3.1.2	Technikai elemzés	19
3.2	Összehasonlítás	20
3.2.1	Holt-Winter modell	20
4	Eredmények és értékelésük	22
4.1	Használt technológiák	22
4.1.1	Matplotlib	23
4.1.2	NumPy	24
4.1.3	Pandas	25
4.1.4	Statsmodel	26
4.2	Program bemutatása	27
4.3	Gyakorlati példa	33
4.3.1	Megfigyelés	35
4.3.2	Előrejelzés döntési fával való elemzése	35
5	Következtetések	42
6	Összefoglalás	45
7	Irodalomjegyzék	46

1 Bevezetés

A pénzügyi piacok dinamikus környezetében a döntéshozók, befektetők és pénzügyi elemzők számára egy hatékony előrejelzés kiemelkedő fontosságú. A különböző tényezők bonyolult kölcsönhatása miatt a piaci mozgások előrejelzése kihívást jelentő, de létfontosságú feladat. Az egyik statisztikai eszköz, amely a pénzügyi előrejelzésben egyre nagyobb teret hódít, a Brown-mozgáson alapuló Wiener-folyamat.

Az államvizsga dolgozatomat a Markov-láncok témaköréből írtam. Akkor vált érdekessé számomra a sztochasztikus folyamatok modellezése. Ezt a gondolatmentet fejlesztettem tovább a pénzügyi előrejelzésekben alkalmazott Wiener-folyamatok területén [Fekete. 2022].

Ez a disszertáció a Wiener-folyamatok pénzügyi előrejelzésben betöltött szerepét vizsgálja, feltárva elméleti alapjait, gyakorlati alkalmazásait, valamint a kockázatkezelésre és a befektetési vagy tőzsdei stratégiákra gyakorolt hatását [Øksendal, 2003].

Wiener-folyamat, mint független és stacionárius inkrementumokkal rendelkező folyamatos idejű sztochasztikus folyamat, hatékony matematikai alapot biztosít az eszközárak látszólag véletlenszerű természetének modellezéséhez.

Készítettem egy programot Python nyelvben, ami különböző pénzügyi elemzéseket és szimulációkat végez egy adott részvény adataira vonatkozóan (esetemben a Dow Jones Industrial), amely az alábbi elemzéseket végzi el: adatkeresés, leíró statisztikát és szimulációkat csinál azok alapján, az adatok vizualizálása.

2 Szakirodalmi áttekintés

A szakirodalmi áttekintésben a következő forráskutatást végeztem:

Történelmi áttekintés fejezet áttekintést nyújt a matematikai modellezés és pénzügyi elemzés történetéről. Bemutatja azokat az eseményeket és gondolkodókat, amelyek hozzájárultak az adott területek fejlődéséhez és formálásához, és a használt modelleket.

Az **Alapfogalmak-Pénzügyi matematikai fogalmak**: ez a fejezet részletesen kifejti a használt pénzügyi matematika alapvető fogalmait, valamint magyarázatot is ad rájuk. Ezek a fogalmak az alapját képezik a befektetési döntések és a pénzügyi modellezés során alkalmazott számításoknak.

A tőzsde és matematika kapcsolata: Ez a fejezet a tőzsde és a matematika kölcsönhatását vizsgálja. Bemutatja, hogyan alkalmazhatók a matematikai modellek és eszközök a tőzsdei kereskedés során, például a pénzügyi modellezésben, a technikai elemzésben és a kockázatkezelésben. Részletesen elemzi, hogy hogyan segíthet a matematika a tőzsdei mozgások megértésében és előrejelzésében.

Befektetés: Ez a fejezet áttekintést nyújt a befektetés fogalmáról és annak fontosságáról a pénzügyi világban. Bemutatja azokat az alapelveket és stratégiákat, amelyeket a befektetők alkalmaznak a pénzügyi megtérülésének növelése érdekében. Részletesen elemzi a különböző befektetési lehetőségeket és az ezekkel járó kockázatokat.

Tőzsde: Ez a rész áttekintést nyújt a tőzsdéről és annak működéséről. Bemutatja a tőzsdei kereskedés alapvető fogalmait és folyamatait, valamint azt, hogy hogyan lehet részt venni a tőzsdei kereskedésben.

2.1 Történelmi áttekintés

A Wiener-folyamat (Wiener process/Brownian motion) gyökerei a 20. század elejére nyúlnak vissza. 1923-ban Norbert Wiener, egy látnok matematikus olyan matematikai formulát vezetett be, amely forradalmasította a véletlenszerű mozgásról alkotott képünket. A Wiener-folyamat, vagy ahogyan később ismert lett, a Brown-mozgás, amelyet eredetileg a folyadékban lebegő részecskék szeszélyes mozgásának modellezésére találtak ki, hamarosan váratlan alkalmazásokra talált a pénzügyek területén.

Wiener munkája eltérést jelentett az akkoriban elterjedt hagyományos determinisztikus modellektől. A folyamatok sztochasztikus természetére vonatkozó felismerése megkérdőjelezte azt az uralkodó elképzelést, hogy a piaci mozgásokat teljes mértékben

determinisztikus tényezőkkel lehet megjósolni. Ehelyett Wiener felismerte, hogy a véletlenszerűség és a bizonytalanság a pénzügyi piacok szerves részét képezi [François, 2021].

2.1.1 Wiener folyamat

A Wiener-folyamat alapvetően egy sztochasztikus folyamat, ami azt jelenti, hogy idővel indexált valószínűségi változók gyűjteménye. A Wiener-folyamat $W(t)$, tipikusan $W(t)$ -vel jelölve, egy $t \geq 0$ folytonos időintervallumban definiált. A következő tulajdonságoknak felel meg.

A Wiener folyamat egy olyan sztochasztikus folyamat, amelyet egy oszcilláló vagy véletlenszerű módon változó jellemzővel rendelkező részecskék mozgása ír le. A részecske pozíciója időben változik, és ezt a változást gyakran a Brown-mozgáshoz hasonlítják.

Matematikailag a $W(t)$ Wiener-folyamatot egy folytonos idejű sztochasztikus folyamatként definiáljuk, amely több kulcsfontosságú tulajdonsággal rendelkezik:

Nulláról indul: $W(0)=0$. Független növekmény: A folyamat bármely két időpont közötti növekményei függetlenek. Állandó növekmények: A növekmények valószínűségi eloszlása csak az időintervallum méretétől függ, a kezdő időponttól nem. Normál növekmények: A folyamat növekményei bármely időintervallumban normális eloszlásúak, nulla átlaggal és az intervallum hosszával arányos szórással, nevezetesen [Fokker és Langevin, 2012]

$$W(t)-W(s) \sim N(0, t-s) \text{ minden } t > s \text{ esetén.}$$

Az egydimenziós Wiener folyamatot gyakran úgy definiálják, hogy a részecske helyzetét a következő egyenlet írja le:

$$W(t) = W(0) + N(0, t),$$

ahol $W(t)$ a részecske pozíciója az időben t -nél, $W(0)$ a kezdeti pozíció, és $N(0, t)$ egy standard normális eloszlású változó, ami azt jelenti, hogy az értéke átlagban nulla, és a szórása az időtől függ. A folyamat majdnem minden mintaútvonala folytonos.

Ezek a tulajdonságok a Wiener-folyamatot a sztochasztikus folyamatok elméletének alapvető tárgyává teszik, különösen, mint a térben és időben történő véletlen fluktuációk modelljét [Øksendal, 2020].

Matematikailag a Wiener-folyamat különböző megközelítésekkel konstruálható. Az egyik gyakori megközelítés, hogy a véletlen változók egy véletlen séta nevű sorozatának határértékeként határozzuk meg. Ebben a megközelítésben legyenek $X_1, X_2, X_3, \dots$ független és azonos eloszlású véletlen változók 0 átlaggal és σ^2 szórással. Ezután definiáljuk az

$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ parciális összegfolyamatot. A $W(t)$ Wiener-folyamatot ezután az átskálázott parciális összegfolyamat határértékeként definiáljuk:

$$W(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) * S_{[nt]},$$

ahol $[nt]$ az n -nél kisebb vagy azzal egyenlő legnagyobb egész számot jelöli. Ez a konstrukció biztosítja, hogy a folytonosság, a növekmények függetlensége és a normális eloszlású növekmények tulajdonságai teljesülnek.

A sztochasztikus számítás szempontjából a Wiener-folyamat központi szerepet játszik a sztochasztikus differenciálegyenletek (SDE-k) meghatározásában. Az SDE olyan egyenlet, amely determinisztikus és sztochasztikus feltételeket is tartalmaz, és a Wiener-folyamat gyakran a sztochasztikus komponensként jelenik meg. Például a pénzügyekben az eszközárak dinamikájának leírására használt geometriai Brown-mozgás modelljét a következő SDE határozza meg:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t),$$

ahol $S(t)$ az eszköz árát jelenti a t időpontban, μ a driftráta, σ a volatilitás, dt az idő differenciálját, $dW(t)$ pedig a Wiener-folyamat differenciálját [Øksendal, 2020].

Alapfogalmak: Ergodicitás, Markov-láncok, tőzsde és matematika kapcsolata, opciózás, volatilitás, sztochasztikus folyamatok, kockázat, martingál, bayes elemzés, döntési fa, etc.

2.2 Pénzügyi matematikai fogalmak

2.2.1 Sztochasztikus folyamatok

A sztochasztikus folyamatok olyan matematikai modellek, amelyek a véletlenszerűségnek kitett időbeni változásokat írják le. Ezek a folyamatok olyan rendszerek dinamikáját modellezzik, ahol a jövőbeli események előre nem megjósolhatók egyértelműen (100% pontossággal), de valószínűségi eloszlások vagy statisztikai tulajdonságok segítségével leírhatók [Fokker és Langevin, 2012].

A sztochasztikus folyamatok három fő tényezőtől állnak:

- 1) **Állapotok:** A folyamat az idő függvényében változó állapotokat ír le. Ezek az állapotok lehetnek például egy részvény ára, hőmérséklet, valuták árfolyama vagy bármilyen más változó, amely időben változik.
- 2) **Idő:** A folyamat időben történő fejlődését figyeljük. Az idő lehet diszkrét (pl. időszakok, lépések) vagy folytonos.
- 3) **Valószínűségi változók:** A sztochasztikus folyamatokban a jövőbeli állapotok előre nem láthatók, és ezt a bizonytalanságot valószínűségi változók segítségével modellezzik. Ezek a változók leírják a véletlenszerű beavatkozásokat vagy ingadozásokat, amelyek befolyásolhatják a rendszer állapotát.

2.2.2 Ergodicitás

Az ergodicitás egy fogalom, amely több tudományágban, például fizikában, matematikában és statisztikában is fontos szerepet játszik. Az ergodicitás arra utal, hogy egy rendszer idővel minden lehetséges állapotába eljut, és a statisztikai tulajdonságok az időátlagokra való konvergenciával rendelkeznek. Tehát arra utal, hogy egy rendszer időbeli fejlődése során eléri minden lehetséges állapotát, és a statisztikai tulajdonságai idővel rendeződnek. Fontos a sztochasztikus folyamatok, a statisztikai fizika és más tudományterületek kutatásában. Az ergodicitás fogalmának komplexitásával a gazdaság és pénzügy területén foglalkozik a Moczá József [Móczár, 2017] cikke.

A rendszer ergodik, ha a következő egyenlőség teljesül mértékeire:

$$f(x) = \langle f \rangle,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T f(\varphi_t(x)) dt = \frac{\int_S f(x) \mu}{\mu(S)} dx,$$

ahol, $f(x)$ az időátlag és $\langle f \rangle$ az együttes átlag, S a rendszer energiafelszíne a fázistérben, Φ_t jelöli a rendszer állapottát egy t időben, a μ mérték írja le a térfogatot a fázistérben, f tetszőleges μ integrálható valós értékű függvény, a számláló Lebesgue-integrál [Móczár, 2017].

Az ergodicitás teljesül, ha a rendszer vagy folyamat időátlaga egyenlő annak együttes átlagával. Az időátlag a megfigyelt trajektória vagy folyamat (idősor) átlaga. Az együttes átlag a rendszer összes lehetséges állapotának átlaga [Móczár, 2017].

2.2.3 Logaritmus

A pénzügyi matematikában a logaritmusok jelentős szerepet játszanak, mivel képesek egyszerűsíteni az összetett számításokat és kifejezni a mennyiségek közötti kapcsolatokat. Íme, néhány ok, amiért a logaritmusokat széles körben használják a pénzügyekben:

- 1) *Valamilyen mennyiség százalékos növekedésének átlagát a mértani középarányos adja meg. A százalékos növekedések logaritmusainak számtani középarányosa a mértani középarányos logaritmusával egyenlő.* Ezért érdemes logaritmálni a megtérülési rátákat, mert akkor a továbbiakban már a megszokott számtani átlagokat, illetve szórás-számítási képleteket lehet használni.
- 2) **A megtérülési ráta számításai:** A logaritmusokat gyakran használják a megtérülési ráták kiszámítására, különösen a kamatos kamat és a befektetési hozamok összefüggésében. Folyamatosan kamatos kamatozás esetén a természetes logaritmust használják a hozamráta kiszámítására egy adott időszakra vonatkozóan. A logaritmusok egyszerűsítik ezeket a számításokat azáltal, hogy az exponenciális növekedést vagy hanyatlást lineáris viszonyokká alakítják át [Edmund, 2016].
- 3) **Volatilitás mérése:** A logaritmusok kulcsfontosságúak a pénzügyi piacok volatilitásának mérésében és elemzésében. Két eszköz különböző időpontban érvényes árfolyamának logaritmusát használják a folyamatosan összetett hozamráta kiszámításához. E logaritmikus hozamok egy adott időszakra vonatkozó szórásának standard eltéréssel olyan volatilitási mérőszámok származtathatók, mint a historikus volatilitás vagy az implikált volatilitás.
- 4) **Kockázatkezelés:** A logaritmusokat a kockázatkezelésben a pénzügyi eszközökkel vagy portfóliókkal kapcsolatos kockázatok számszerűsítésére és értékelésére használják. A hozameloszlások logaritmikus térbe történő transzformálásával

pontosabban kiszámíthatók az olyan kockázati mérőszámok, mint a kockáztatott érték és a feltételes kockáztatott érték [Taylor és Francis, 2022].

2.2.4 Martingál

A martingál egy olyan fogalom, amely a modern pénzügyi matematikában és statisztikában szerepel, és eredetét a francia szerencsejátékosoktól kapta. A kaszinókban a martingálás stratégiát követő szerencsejátékosok olyanok voltak, akik úgy gondolták, hogy rendelkeznek egy nyerő stratégiával, és ezeket a stratégiákat martingál- vagy öngyilkos stratégiának nevezték [Medvegyev, 2015].

Ezen stratégiák lényege az volt, hogy a biztos nyeremény elérhető lenne a kockázat végtelen emelésével, vagyis a tét folyamatos megduplázásával. Például a pénzfeldobási játékban a duplázó stratégia azt jelenti, hogy a veszteséget mindig megduplázzák, és így exponenciálisan növekvő tétekkel játszanak [Medvegyev, 2015].

Matematikailag a martingál egy véletlen folyamat, amelyet korlátos erőforrások mellett átlagban lehetetlen legyőzni. A hangsúly itt a korlátos erőforrások és az átlagban megszorításokon van. Ez azt jelenti, hogy például korlátos erőforrásokkal is lehet olyan stratégiát kialakítani, amely nagy valószínűséggel nyer, de egy kis valószínűségű nagy veszteség ellenében [Medvegyev, 2015].

A martingálokat sokan a bolyongások mintájára képzelik el. A bolyongások szimmetrikus martingálokat jelentenek, azaz nincs preferált irány a változásokban. Az "igazi" martingálok azonban aszimmetrikusak, és például a nagy valószínűségű kis nyereségeket kis valószínűségű nagy veszteségek ellensúlyozzák [Medvegyev, 2015].

2.2.5 Markov-láncok

A Markov-láncok egy diszkrét idejű sztochasztikus folyamatok, amelyek egy adott rendszer állapotát egy időben változó sorozatokként írják le. A *Markov-láncok alapvetően Markov-tulajdonsággal rendelkeznek, ez azt jelenti, hogy az adott folyamat jövőbeli állapota csak a jelenlegi állapottól függ, és nem függ a múltbeli eseményektől, feltéve, hogy a jelenlegi állapot ismert.*

A Markov-láncokat általában egy átmeneti valószínűségi mátrix (transition probability matrix) segítségével írják le. Ez a mátrix tartalmazza az átmeneti valószínűségeket, amelyek azt mutatják, hogy egy rendszer milyen valószínűséggel fog átmenni egyik állapotból a

másikba egy időlépés után. Ezenkívül fontos a kezdeti állapot eloszlásának ismerete, amely azt jelzi, hogy a folyamat kezdetén milyen valószínűséggel található az adott állapotban a rendszer.

2.2.6 Döntési fa

A döntési fa egy népszerű és hatékony eszközök, amely a tudomány különböző területein, használnak például gépi tanulás, adatbányászat, adattudomány (Data science) és a statisztika területén. A különböző változók közötti kapcsolatok modellezésével egyértelmű és intuitív módot biztosít szigorúan az adatokon alapuló döntések meghozatalára. Az ilyen típusú folyamatábrák struktúrája a döntéshozatalkor könnyen emészthető amit az ábrázolás tesz lehetővé. A szervezet különböző csoportjai jobban megérthetik, miért hoztak egy-egy döntést vagy annak akár teljes folyamatát.

2.2.7 Bayes elemzés

A valószínűségszámításban “azt a feltételes valószínűséget, amely megadja egy eseményre vonatkozó előrejelzés valószínűségét az esemény bekövetkezésének feltétele mellett”, találati gyakoriságnak (likelihoodnak) nevezik [Bélyácz, 2020].

A Bayes-szabály az előrejelzés azon belül is az adattudomány (Data science) egyik, ha nem a legfontosabb szabálya [Bélyácz, 2020].

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

bayes-tétel

A képlet megadja, hogy a statisztikai mintavétel által kapott találati gyakoriságok, hogyan vetülnek ki a jövőre vonatkoztatott valószínűségi mutatókká. Ezzel a tétellel fogom kielemezni a döntési fát amely alapján megállapítjuk a program előrejelzésének “értékét” vagyis, hogy milyen esetben mennyire pontos és mennyit ér az általa előrejelzett információ [Bélyácz, 2020].

2.2.8 A tőzsde és matematika kapcsolata

A részvények (tőzsde) és a matematika közötti kapcsolat sokrétű és mélyreható. A matematika döntő szerepet játszik a részvénykereskedelemben, a befektetési elemzés, a portfóliókezelés, a kockázatértékelés és a pénzügyi modellezés különböző aspektusaiban. Íme néhány kulcsfontosságú kapcsolat a részvények és a matematika között:

- 1) **Árképzési** modellek: A matematika alapvető fontosságú a részvények és más pénzügyi eszközök árazási modelljeinek kidolgozásában. Ezen modellek közül a leghíresebb a Black-Scholes-modell, amely a sztochasztikus számítás és a parciális differenciálegyenletek alkalmazásával forradalmasította az opciók árazását. A Black-Scholes-modell eredete korábbi munkákban gyökerezik, és az opcióárazási elmélet egyik jelentős alkotója Black, Scholes és Merton előtt Paul Samuelson volt. Samuelson az 1960-as években alapozó munkát végzett a pénzügyek matematikája terén, különösen a sztochasztikus folyamatok közgazdaságtanban való alkalmazása terén [Marek, 2020]. A Black-Scholes-modell több kulcsfontosságú feltételezésen alapul: részvényár-dinamika, nincs arbitrázs: Nincs lehetőség arbitrázsra, vagyis kockázat nélkül nem lehet nyereséget elérni, hatékony piacok (a piaci szereplők teljes mértékben hozzáférnek az információkhoz, és az eszközökkel tranzakciós költségek és adók nélkül kereskednek), kockázat-semleges (létezik egy állandó kockázatmentes kamatláb a hitelfelvételre és a hitelnnyújtásra) [Marek, 2020].
- 2) **Statisztikai elemzés:** A matematikát, különösen a statisztikát, széles körben használják a részvényárfolyamokra vonatkozó múltbeli adatok elemzésére, a minták, trendek és korrelációk azonosítására. A statisztikai módszerek segítenek a befektetőknek, hogy a múltbeli teljesítmény és a valószínűségek alapján megalapozott döntéseket hozzanak.
- 3) **Portfólióoptimalizálás:** A Harry Markowitz által kidolgozott modern portfólióelmélet nagymértékben támaszkodik a matematikai optimalizálási technikákra, hogy olyan diverzifikált portfóliókat építsen, amelyek célja a hozam maximalizálása adott kockázati szint mellett.
- 4) **Kockázatkezelés:** A matematika kulcsfontosságú a részvénybefektetésekkel kapcsolatos különböző típusú kockázatok értékelésében és kezelésében. Az olyan fogalmakat, mint a kockázatotott érték, a standard eltérés, széles körben használják a kockázatok számszerűsítése és azok kezelésére.

2.3 Befektetés

Az ingatlanbefektetés gyakori és népszerű stratégia a vagyonépítésre, a passzív jövedelemszerzésre és a befektetési portfóliók diverzifikálására. Az ingatlanbefektetés magában foglalja az ingatlanok megvásárlását, birtoklását, kezelését és/vagy bérbeadását a befektetés megtérülésének reményében.

Az ingatlanbefektetéseknek különböző típusai vannak. A lakóingatlanok közé tartoznak az egy lakásos családi házak, társasházak, sorházak és a bérlőknek bérbe adott többlakásos ingatlanok. A kereskedelmi ingatlanok közé tartoznak az irodaházak, a kiskereskedelmi területek, az ipari ingatlanok és a vállalkozásoknak bérbe adott vegyes felhasználású fejlesztések. Emellett az ingatlanbefektetési alapok (Real Estate Investment Trusts, REIT) a befektetők számára az ingatlanpiacokon való megjelenést kínálják anélkül, hogy közvetlenül birtokolnák a fizikai ingatlanokat.

Az ingatlanbefektetés számos előnnyel jár. Az ingatlanok idővel felértékelődhetnek, lehetővé téve a befektetők számára, hogy tőkenyereség révén tőkét és vagyont építsenek. A bérbe adott ingatlanok rendszeres jövedelmet termelnek bérleti díjak formájában, így a befektetők folyamatos pénzáramlást és passzív jövedelmet biztosítanak. Továbbá az ingatlanbefektetések alacsony korrelációt mutatnak a hagyományos eszközosztályokkal, például a részvényekkel és a kötvényekkel, így hatékony diverzifikációs eszközzé válnak a befektetési portfóliókban. Ezenfelül az ingatlanbefektetők különböző adókedvezményekben és -kedvezményekben részesülhetnek, mint például az értékcsökkenés, a jelzáloghitel-kamatok levonása, az ingatlanadó levonása és a 1031-es csere.

Az ingatlanbefektetés azonban kockázatokkal és megfontolásokkal jár. Az ingatlanpiacok a kereslet és a kínálat, a gazdasági feltételek, a kamatlábak és a helyi piaci dinamika ingadozásának vannak kitéve, ami hatással van az ingatlanok értékére és a bérleti díjakra. Az ingatlanok birtoklása és kezelése időt, erőfeszítést és erőforrásokat igényel a karbantartás, a javítások, a bérlőkezelés és a jogszabályi megfelelés terén. Az ingatlanbefektetések gyakran járnak jelzáloghitelek vagy kölcsönök útján történő pénzfelvétellel, ami a befektetőket olyan kockázatoknak teszi ki, mint a kamatlábak ingadozása, a nemfizetés és az ingatlanok elárverezése. Ezen túlmenően az ingatlanbefektetések más eszközosztályokhoz képest viszonylag kevésbé likvidek, ami azt jelenti, hogy időbe telhet az ingatlanok megvásárlása vagy eladása és a befektetések készpénzre váltása.

Mielőtt ingatlanba fektetne, alapos átvilágítást és kutatást kell végeznie a potenciális ingatlanokkal kapcsolatban, beleértve a piacelemzést, az ingatlanértékelést, a bérleti díjbevételi lehetőségeket, a kiadásokat, a finanszírozási lehetőségeket és a potenciális kockázatokat. Az ingatlanszakértőkkel, például ingatlanügynökökkel, értékbecsrlőkkel, ellenőrökkel és ingatlankezelőkkel való együttműködés segíthet a befektetőknek megalapozott döntéseket hozni és eligazodni az ingatlanpiac bonyolult viszonyai között.

Összességében az ingatlanbefektetés kifizetődő és jövedelmező vállalkozás lehet azok számára, akik hajlandóak megérteni a piacot, hatékonyan kezelni a kockázatokat és elkötelezni

magukat a hosszú távú befektetési célok mellett. Akár lakóingatlanokba, akár kereskedelmi ingatlanokba, akár REIT-be fektet, az ingatlanok lehetőséget kínálnak a vagyongyarapodásra, a jövedelemtermelésre és a portfólió diverzifikálására. Azonban alapvető fontosságú, hogy az ingatlanbefektetést gondos tervezéssel, körültekintéssel és a kapcsolódó kockázatok és előnyök világos megértésével közelítsük meg [Zubor, 2021].

A megtakarított pénz befektetése kritikus lépés a pénzügyi jövő biztosítása és a hosszú távú pénzügyi célok elérése felé. Ha megtakarításait befektetéseken keresztül kamatoztatja, lehetősége van arra, hogy növelje vagyonát, legyőzze az inflációt, és passzív jövedelmet termeljen. Íme, miért elengedhetetlen megtakarított pénzének befektetése.

Először is, a befektetés lehetővé teszi, hogy a kamatos kamatozás ereje révén idővel vagyont halmozzon fel. Amikor befekteted megtakarításaidat, hozamot érsz el a befektetéseidből, amelyek aztán további hozamokat generálnak. Idővel ez a kamatozó hatás exponenciálisan növelheti megtakarításai értékét, és felgyorsíthatja a pénzügyi függetlenség felé vezető utat [Peter C., 1983].

Másodszor, a befektetés segít legyőzni az inflációt. Az infláció idővel csökkenti a pénz vásárlóerejét, ami azt jelenti, hogy ugyanazzal a pénzösszeggel a jövőben kevesebb árut és szolgáltatást lehet majd vásárolni. Ha olyan eszközökbe fektet be, amelyek az inflációs rátát meghaladó hozamot képesek elérni, megőrizheti megtakarításai értékét, és hosszú távon fenntarthatja életszínvonalát [Athanasios, 2005].

A befektetés továbbá lehetővé teszi, hogy különböző pénzügyi célok elérésére törekedjen. Legyen szó lakásvásárlásról, az oktatás finanszírozásáról, nyugdíjcélú megtakarításról vagy vállalkozás indításáról, a befektetés biztosíthatja az eszközöket e célok eléréséhez. A befektetési számlákra történő következetes befizetésekkel és a megtakarítások bölcs elosztásával olyan pénzügyi alapot építhet, amely támogatja az Ön és a számára fontos személyek törekvéseit.

A befektetés emellett a diverzifikáció előnyét is kínálja. Azáltal, hogy befektetéseit különböző eszközosztályokba, például részvényekbe, kötvényekbe, ingatlanokba és nyersanyagokba szóródnak, csökkentheti a kockázatokat, és mérsékelheti a piaci ingadozások hatását portfóliójára. A diverzifikáció segítségével kiegyensúlyozottabb és rugalmasabb befektetési stratégiát érhet el, növelve ezzel pénzügyi céljai elérésének valószínűségét [Ilekovic, 2018].

Végezetül a befektetés olyan adózási előnyöket és ösztönzőket biztosít, amelyek segítségével maximalizálhatja az adózás utáni hozamát és minimalizálhatja adókötelezettségeit. Bizonyos befektetési eszközök, mint például a nyugdíjszámlák és az

adókedvezményes számlák, adókedvezményt, halasztást vagy adómentességet biztosítanak a befektetési hozzájárulások, a növekedés és a kifizetések tekintetében. Ezen adótakarékos befektetési stratégiák kihasználásával optimalizálhatja befektetési hozamát, és több pénzt fordíthat a saját javára.

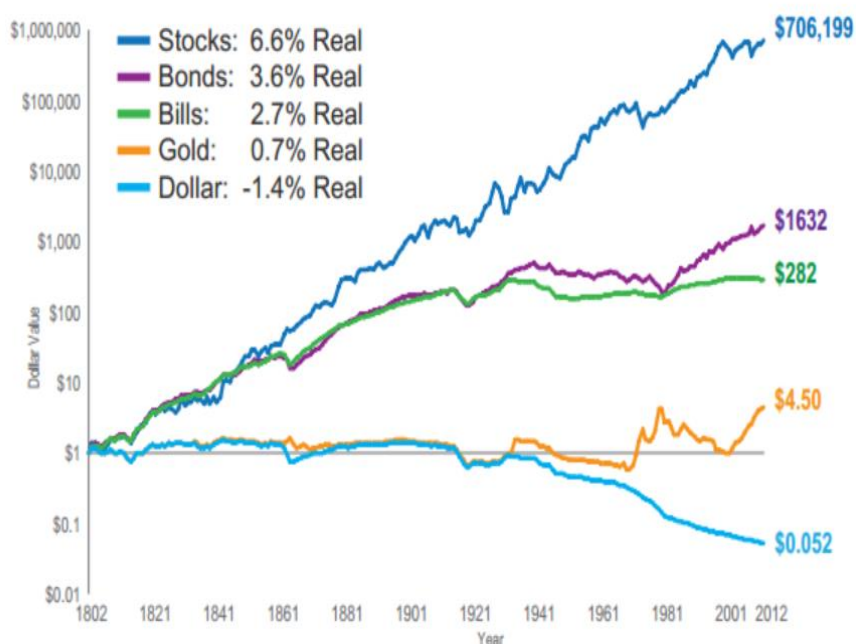
2.3.1 Befektetés fajtái

Az elmúlt 200 év történelmi hozamai alapján:

- 1) **Részvények:** A részvények az elmúlt 200 évben átlagosan 6,6%-os éves hozamot hoztak. Ez megerősíti azt a hosszú távú tendenciát, hogy a részvények más eszközosztályoknál jobban teljesítenek, így a hosszabb időn keresztül magasabb hozamot kereső befektetők elsődleges választása. Fontos azonban megjegyezni, hogy a részvények hozama a piaci volatilitás miatt évről évre jelentősen változhat.
- 2) **Kötvények:** A kötvények az elmúlt 200 évben átlagosan 3,6%-os éves hozamot biztosítottak. Bár a kötvények a részvényekhez képest alacsonyabb hozamot kínálnak, jövedelemtermelő képességük és viszonylag alacsonyabb kockázatuk miatt értékelik őket. A kötvények gyakran szerepelnek a befektetési portfóliókban, hogy stabilitást és diverzifikációt biztosítsanak.
- 3) **Kincstárjegy:** A kincstárjegyek az elmúlt 200 évben átlagosan 2,7%-os éves hozamot hoztak. A váltókat az egyik legbiztonságosabb befektetésnek tekintik, mivel likviditást és tőkebiztonságot nyújtanak. Bár a részvényekhez és kötvényekhez képest alacsonyabb hozamot kínálnak, a T-bills-t a kockázatmentes hozamot vagy rövid távú készpénzkezelést kereső befektetők kedvelik.
- 4) **Arany:** Az arany az elmúlt 200 évben átlagosan 0,7%-os éves hozamot biztosított. Az aranyat a gazdasági bizonytalanság, az infláció és a valuta leértékelődése elleni fedezeti szerepéért értékelik. Bár az arany hozama más eszközosztályokhoz képest hosszú távon viszonylag szerény volt, a befektetési portfóliókban diverzifikációs eszközként szolgálhat.
- 5) **Készpénz:** A készpénzbefektetések az elmúlt 200 évben átlagosan -1,4%-os éves hozamot hoztak. A készpénzes befektetések, mint például a megtakarítási számlák és a pénzpiaci alapok, likviditást és tőkebiztonságot nyújtanak, de minimális növekedési potenciált biztosítanak. A készpénzbefektetések negatív reálhozama rávilágít a vásárlóerőt idővel csökkentő infláció hatására.

Total Real Return Indexes

Jan. 1, 1802 – Dec. 31, 2012



1. ábra

(forrás: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0304405X1>)

Összefoglalva, az elmúlt 200 év során a részvények nyújtották a legmagasabb hozamot, ezt követik a kötvények, a kötvények, az arany és a készpénz. A befektetőknek figyelembe kell venniük ezeket a történelmi hozammintákat, amikor befektetési portfóliójukat összeállítják, és az eszközöket befektetési céljaik, kockázattűrő képességük és időhorizontjuk alapján allokálják. Emellett a múltbeli teljesítmény nem jelzi a jövőbeli eredményeket, és a befektetőknek alapos kutatást kell végezniük, és szakmai tanácsot kell kérniük, mielőtt befektetési döntéseket hoznak.

3 Módszertan

3.1 Tőzsdei elemzés fajták

A tőzsde egy központosított piactér, ahol értékpapírokat, például részvényeket, kötvényeket és más pénzügyi eszközöket vásárolnak és adnak el. Platformként szolgál a befektetők számára, hogy értékpapírokkal kereskedjenek egymással, likviditást és ármegállapítást biztosítva ezen eszközök számára.

A részvények egy vállalatban való tulajdonjogot képviselnek. Amikor részvényeket vásárol, egy kis tulajdonrészt vásárol az adott vállalatban. Íme egy gyors összefoglaló a részvényekről és működésükről [11].

A tőzsde főbb kulcs szavai:

- 1) **Kereskedelmi mechanizmus:** A tőzsdei kereskedés a nyílt kereskedés (a kereskedők ajánlatokat és vételi ajánlatokat tesznek a tőzsdén) és az elektronikus kereskedési platformok kombinációján keresztül történik. Az elektronikus kereskedés során a megbízásokat automatikusan összepárosítják az ár és az időbeli prioritás alapján.
- 2) **Mutatók:** A tőzsdék gyakran rendelkeznek referenciaindexekkel, amelyek a tőzsdén jegyzett részvények egy adott csoportjának teljesítményét követik. Ezek az indexek, mint például az S&P 500 vagy az FTSE 100, a piaci teljesítmény barométereként szolgálnak, és a befektetők és elemzők széles körben használják őket az általános piaci trendek felmérésére.
- 3) **Árfeltárás:** A tőzsde megkönnyíti az árfeltárást, amely az értékpapírok valós piaci értékének a kereslet és kínálat dinamikája alapján történő meghatározásának folyamata. Az árakat a kereskedési nap folyamán folyamatosan frissítik, amint új információk válnak elérhetővé, és kereskedési tevékenységre kerül sor.

A fundamentalista elemzés és a technikai elemzés a befektetők által használt két elsődleges módszer a részvénybefektetések értékelésére és a döntések meghozatalára. Bár mindkét megközelítés célja a részvények értékének értékelése és a jövőbeli árfolyammozgások előrejelzése, különböző módszereket alkalmaznak, és a részvények értékelésének különböző szempontjaira összpontosítanak [Medvegyev, 2020].

3.1.1 Fundamentalista elemzés

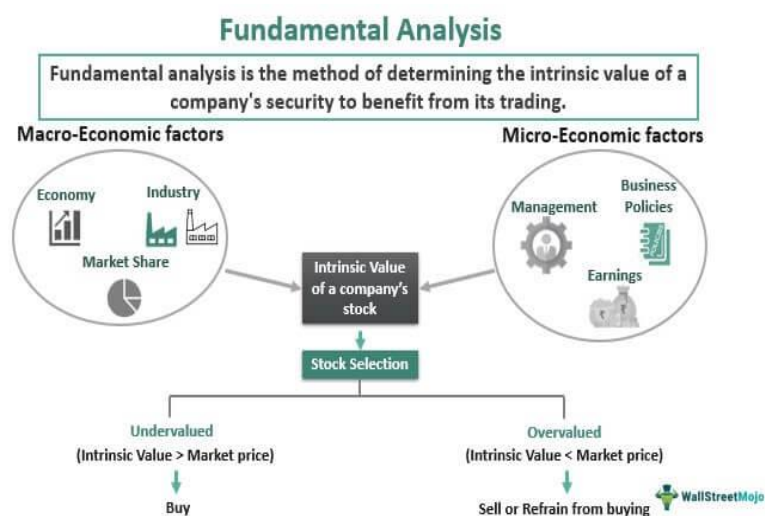
- 1) **Módszertan:** A fundamentális elemzés magában foglalja egy részvény belső értékének értékelését az üzleti teljesítményt és a pénzügyi egészséget befolyásoló tényezők elemzésével. Ez magában foglalja a vállalat pénzügyi kimutatásainak, bevételeinek, bevételeinek, eszközeinek, kötelezettségeinek, pénzforgalmának,

vezetői csapatának, versenyhelyzetének, iparági trendjeinek és makrogazdasági tényezőinek vizsgálatát [Troy Segal, 2024].

- 2) **Kulcsfontosságú mérőszámok:** Az alapvető elemzők különböző pénzügyi mutatókat és mérőszámokat használnak, mint például az árfolyam és annak a nyereségének az aránya (P/E arány), az egy egységnyi részvény és az arra jutó nyereség (EPS), az árfolyam-könyv arány (P/B arány), a saját tőke megtérülése (ROE) és az adósság/saját tőke arány, hogy értékeljék a részvények értékelését és jövedelmezőségét.

[<https://www.investopedia.com/terms/f/fundamentalanalysis.asp>Letöltve: 2024.01.20].

- 3) **Hosszú távú perspektíva:** A fundamentális elemzés jellemzően hosszú távú perspektívát vesz fel, és a vállalat alapvető alapjaira, valamint a jövőbeli növekedési és jövedelmezőségi potenciáljára összpontosít. A fundamentális elemzést alkalmazó befektetők a piaci árukhoz viszonyított belső értékük alapján igyekeznek azonosítani az alul- vagy túlértékelt részvényeket.
- 4) **Értékalapú befektetés:** A fundamentális elemzést gyakran társítják az értékalapú befektetéssel, a Benjamin Graham által kidolgozott és Warren Buffett által népszerűsített stratégiával, amely arra törekszik, hogy a belső értékük alatt kereskedő részvényeket megvásárolja és hosszú távon megtartsa őket [Troy Segal, 2024].



2. ábra

(forrás: <https://www.wallstreetmojo.com/fundamental-analysis/>)

3.1.2 Technikai elemzés

- 1) **Módszertan:** A technikai elemzés magában foglalja a múltbeli piaci adatok, elsősorban az ár és a volumen elemzését, hogy olyan mintákat, trendeket és kereskedési jeleket azonosítson, amelyek felhasználhatók a jövőbeli ármozgások előrejelzésére. Ez magában foglalja a grafikonok, ár diagramok és technikai mutatók, például mozgóátlagok, relatív erősség index (RSI) és MACD (Moving Average Convergence Divergence) tanulmányozását [Adam Hayes, 2024].
 - 1) **Ármenták:** A technikai elemzők úgy vélik, hogy a történelmi ármozgások ismétlik önmagukat, és hogy bizonyos ár minták, mint például a fej és vállak, háromszögek, zászlók és kettős csúcsok/alsók, betekintést nyújthatnak a jövőbeli ár irányokba.
 - 2) **Rövidtávú fókusz:** A technikai elemzés általában rövidebb távú fókuszú, a kereskedők technikai mutatókat és grafikonmintákat használnak rövid távú kereskedési döntések meghozatalára, például részvények vételére vagy eladására rövid távú ár ingadozások alapján [<https://www.investopedia.com/terms/t/technicalanalysis.asp>].
 - 3) **Trendkövetés:** A technikai elemzés gyakran tartalmaz trendkövető stratégiákat, ahol a kereskedők megpróbálják kihasználni a meglévő piaci trendeket azáltal, hogy a trend irányában vásárolnak vagy adnak el részvényeket [<https://www.investopedia.com/terms/t/technicalanalysis.asp>].



3.ábra

(forrás: <https://marketrealist.com/2014/12/must-know-glossary-technical-analysis-terms/>)

3.2 Összehasonlítás

3.2.1 Holt-Winter modell

Ez egy másik előrejelző módszer, amit azért vezetek be, hogy egy döntési fán keresztül hasonlítsam össze egy másik előrejelzés fajtával [Makó és mások, 2009]. A Charles Holt és Peter Winters után elnevezett Holt-Winters-módszer az idősor-előrejelzésben használt kiemelkedő és gyakorlatias technika, amely különösen hatékony a trendekkel és szezonális mintákkal rendelkező adatok esetében. Ez a módszer az exponenciális simítás alapjaira épül, hogy mind a szezonalitást, mind a trendet figyelembe vegye az adatokban, így különösen hasznos olyan forgatókönyvekben, ahol a minták egy meghatározott időszakon keresztül ismétlődnek [Winston, 2003].

Az eredetileg az 1950-es évek végén és az 1960-as évek elején kifejlesztett Holt-Winters-módszer Charles Holt exponenciális simítással kapcsolatos korábbi munkáját bővíti. Míg Holt modellje figyelembe vette az adatok trendjeit, nem foglalkozott a szezonalitással, amely számos gyakorlati előrejelzési probléma döntő eleme. Winters bevezetett egy szezonális komponenst a minden évszakban ismétlődő minták kezelésére. Ez a kiegészítés jelentősen kiszélesítette a modell alkalmazhatóságát, lehetővé téve, hogy pontosabb előrejelzéseket adjon az idősoros adatok szélesebb körére.

A Holt-Winters-módszer két változatban alkalmazható: additív és multiplikatív. Az additív modell akkor előnyös, ha a szezonális változások nagyjából állandóak a sorozatban, míg a multiplikatív modellt akkor használják, ha a szezonális változások arányosan változnak az időben. Mindkét modell háromféle simítást tartalmaz: szint-, trend- és szezonális simítást. Ezeket a komponenseket lineáris egyenleteken keresztül frissítik, amelyek a simítási paraméterekre - alfa, béta és gamma - támaszkodnak, amelyek olyan együtthatók, amelyek azt a sebességet szabályozzák, amellyel a különböző időpontokban a megfigyelések hatása exponenciálisan csökken.

A szint frissítése az adatpontnak az előző pont simított értékétől való eltérésének figyelembevételével történik, a trend és a szezonális figyelembevételével kiigazítva. A trend az egymást követő értékek közötti változásokat tükrözi, simítva, hogy ne csak a legutóbbi változásokra reagáljon. A szezonális az előrejelzést az ismétlődő szezonális ingadozások figyelembevételével igazítja ki.

A gyakorlatban a Holt-Winters-módszert széles körben alkalmazzák a különböző iparágakban az operatív és stratégiai tervezéshez. A kiskereskedelmi vállalkozások gyakran

használják az értékesítés előrejelzésére, figyelembe véve a hónapról hónapra jelentősen eltérő szezonális értékesítési mintákat. Az energiavállalatok a fűtési és hűtési igények miatt évszakonként változó villamosenergia-igény előrejelzésére használhatják.

Ezen túlmenően, mivel ez a módszer mindössze néhány éves havi vagy negyedéves adatokkal képes megbízható előrejelzéseket készíteni, előnyös választássá teszi olyan helyzetekben, ahol a gyors, adat vezérelt döntések döntő fontosságúak. A modell paramétereit (alfa, béta, gamma) jellemzően olyan optimalizálási technikák segítségével határozzák meg, amelyek minimalizálják az előrejelzési hibát, így a modell alkalmazkodik az adott idősor sajátos jellemzőihez.

A Winter-módszer alapegyenletei:

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{s_{t-c}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (1)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad (2)$$

$$s_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1-\gamma)s_{t-c} \quad (3)$$

Az (1)-es képletben a becslést számolja ki, ami a megfigyelés előtti és az aktuális megfigyelés alapszintjére vonatkozik, a (2)-es képletben az aktuális idősor tendenciáját számolja ki, mint a Holt módszer esetében [Makó és Lázár, 2009].

A (3)-as képletben az adott időpontunk szezonindexét számolja ki, felhasználva az idősor c időszakkal ezelőtti periódus szezonindexét, és a jelenlegi időszak becslését. A simítási állandók ismét 0 és 1 közötti értékeket vehetnek fel [Makó, 2009].

$L_{t-1} + T_{t-1}$ az x_t megfigyelése előtti alapszint becslése. Ha az előjelzésünk szezonalitást nem tartalmaz azaz $s_{t-c}=1$, akkor visszakapjuk a Holt módszer alapegyenletét.

Az s_t időszak szezonális becslése az s_{t-c} és x_t/L_t a jelenlegi időszakra előállított szezonális becslésének súlyozott átlaga.

A fenti képletek alkalmazása után, kiszámoljuk a következő időszakra vonatkozó fogyasztási előrejelzésünket, aminek a képlete [Makó, 2009]:

$$f_{t+1} = (L_t + T_t) s_{t-c}$$

Vagyis a következő időszak alapszint becslését beszorozzuk, azzal a becsült szezonindexel. Ugyanúgy mind az előző modellekben, itt is szükség van alapszint becslésre (L_0), alaptendencia becslésre (T_0) és a kezdeti adatok szezonindexeire (s_{1-c} , s_{2-c} , ..., s_{-1} , s_0). Ha a

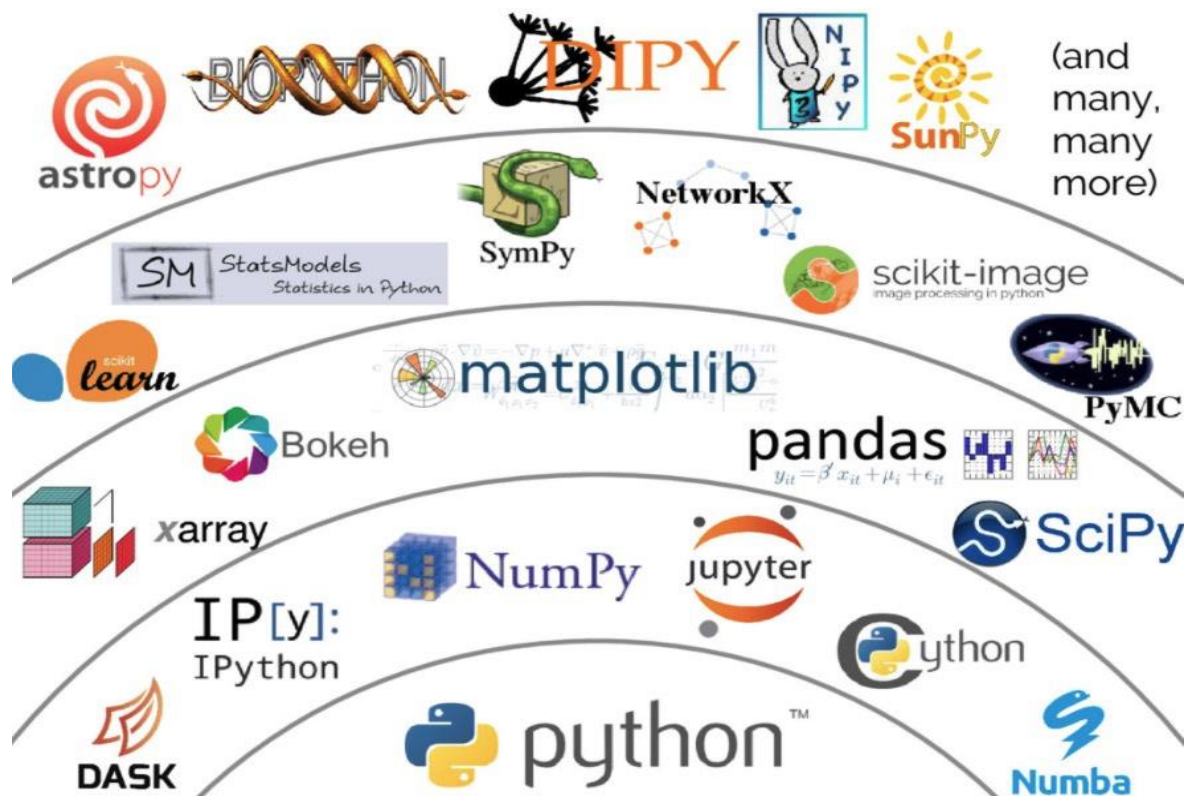
szezonaritást éves adatokra adjuk meg, akkor a januári, februári, ..., decemberi hónapokra vonatkozó szezonindexek alapbecsléseire [Makó és Lázár, 2009].

4 Eredmények és értékelésük

4.1 Használt technológiák

A dolgozatomban a Python nyelven keresztül fogom lemodellezni és bemutatni a Wiener folyamatot (avagy Brownian mozgást) és a Holt-Winter-módszert, Azért választottam ezt a nyelvet, mert jelenleg az egyik legtöbb környezetben és mennyiségben felhasznált nyelv, mint általános felhasználásban, mint pedig a BigData vagy MachineLearning ágazatokban. Ezek miatt adódik is a Python nyelv 3 leggyakoribb felhasználási területei: weboldalfejlesztés, gépi tanulás, software tesztelés és fejlesztés. Sokoldalú, hiszen lehet rá hivatkozni, mint objektum orientált nyelv, Strukturált programozási nyelv, és mint funkcionális programozási nyelv [Fekete, 2022].

Ezen belül több technológiát is fel fogok használni, mint például a Matplotlib, NumPy, Pandas, Tkinter, amiket a továbbiakban egyenként kifejtek és elmagyarázok. Lehetne még ezeken kívül több technológiát felhasználni, de a program egyszerűségét és fejleszthetőségét figyelem előtt tartva csak ezeket fogom felhasználni.



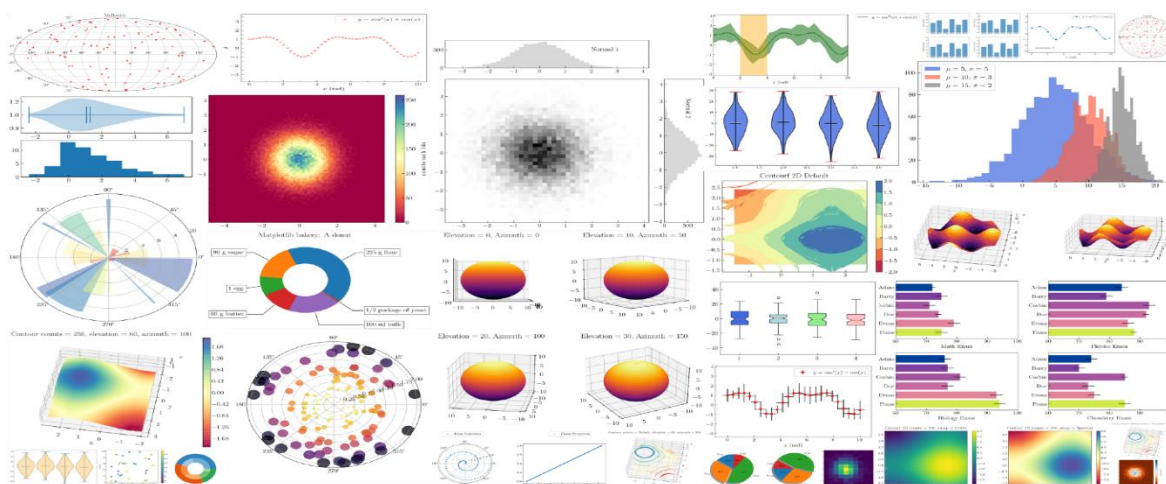
5. ábra

(forrás: https://twitter.com/alex_j_bowers/status/1149227896877305856)

4.1.1 Matplotlib

A Matplotlib az egy nagyon népszerű és hasznos Python-csomag, amelyet adat vizualizációra használnak ezen belül leggyakrabban animált, interaktív és statikus vizualizációra. Ez egy keresztplatformos könyvtár, ami tömbökben lévő adatokból 2D-s ábrákat tud készíteni. Objektorientált API-t biztosít, amely segít a grafikonok beágyazásában a Python GUI eszköztárában, például PyQt, WxPythonotTkinter alkalmazásokat használó alkalmazásokba. Használható Python és IPython kagylókban, Jupyter notebookban és webes alkalmazásszervereken is, de ezeken kívül még számos egyéb kevésbé népszerű vagy ismert alkalmazásszervereken is. A Matplotlib-et eredetileg John D. Hunter írta. Azóta aktív fejlesztői közösség van, és BSD stílusú licenc alatt terjesztik. Michael Droettboomot nevezték ki a Matplotlib vezető fejlesztőjének nem sokkal John Hunter 2012 augusztusában bekövetkezett halála előtt, majd Thomas Caswell csatlakozott hozzá. A Matplotlib egy NumFOCUS által adózott projekt [Fekete, 2022].

A Matplotlib 2.0.x támogatja a Python 2.7 és 3.10 közötti verzióit. A Python 3 támogatása a Matplotlib 1.2-vel kezdődött. A Matplotlib 1.4 az utolsó verzió, amely támogatja a Python 2.6-ot. A Matplotlib a Python 3 nyilatkozat aláírásával vállalta, hogy 2020 után nem támogatja a Python 2-t. A Matplotlib a Python 3 nyilatkozat aláírásával vállalta, hogy 2020 után nem támogatja a Python 2-t. A legnépszerűbb adat-vizualizáció fajták, amiket használnak a Matplotlib segítségével: hisztogramok, szórásdiagramok [Fekete, 2022].



6. ábra

(forrás: <https://towardsdatascience.com/python-data-visualization-with-matplotlib-part-2-66f1307d42fb>)

4.1.2 NumPy

A NumPy (Numerical Python) egy nyílt forráskódú Python könyvtár, amelyet a tudomány és a mérnöki tudományok szinte minden területén használnak. Ez az egyetemes szabvány a numerikus adatokkal való munkához Pythonban, és a tudományos Python és PyData ökoszisztémák középpontjában áll. A NumPy felhasználói között a kezdő programozóktól a legmodernebb tudományos és ipari kutatásokat és fejlesztéseket végző tapasztalt kutatókig mindenki megtalálható. A NumPy API-t széles körben használják a Pandas, SciPy, Matplotlib, scikit-learn, scikit-image és a legtöbb más adattudományi és tudományos Python csomagban.

A NumPy a tudományos számítások alapvető csomagja Python nyelvben. Ez egy Python könyvtár, amely egy többdimenziós tömb objektumot, különböző származtatott objektumokat (például maszkolt tömböket és mátrixokat), valamint egy sor rutint biztosít a tömbökön végzett gyors műveletekhez. Elengedhetetlen az általam végzendő műveletek elvégzéséhez és adatok manipulációjához, valamint képes a matematikai, logikai, alakmanipulációs, rendezési, kiválasztási, I/O, diszkrét Fourier-transzformációk, alapvető lineáris algebra, alapvető statisztikai műveletek, véletlenszerű szimulációk elvégzésére is [Fekete, 2022].



7. ábra

(forrás: <https://towardsdatascience.com/how-to-create-numpy-arrays>)

4.1.3 Pandas

A Pandas egy Python programozási nyelvhez írt szoftverkönyvtár, amelyet adatmanipulációra és elemzésre használnak. Különösen numerikus táblázatok és idősorok manipulálásához kínál adatstruktúrákat és műveleteket. A három záradékkal rendelkező BSD licenc alatt kiadott szabad szoftver. A neve a "panel data" kifejezésből származik, amely egy közgazdaságtani kifejezés olyan adathalmazokra, amelyek ugyanazon egyének több időszak megfigyeléseit tartalmazzák. A neve egy játék magával a "Python data analysis" kifejezéssel. Egy olyan Python-csomag, amely gyors, rugalmas és kifejező adatszerkezeteket biztosít, amelyek célja, hogy a "relációs" vagy "címkézett" adatokkal való munka egyszerű és intuitív legyen. Célja, hogy alapvető magas szinten építhető legyen a Pythonban végzett gyakorlati, valós adatelemzésben. Ezen túlmenően az a tágabb cél, hogy a legerősebb és legrugalmasabb nyílt forráskódú adatelemző/manipulációs eszközzé váljon, amely bármely nyelven elérhető [Fekete, 2022].



8.ábra

(forrás: [https://en.wikipedia.org/wiki/Pandas_\(software\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Pandas_(software)))

4.1.4 Statsmodel

A Pythonban található statsmodels könyvtár egy robusztus eszköz, amelyet átfogó statisztikai modellezésre és elemzésre terveztek. Különösen kedvelt a Python ökoszisztémán belül az ökonometria, a statisztika és az adattudományi alkalmazások számára. A könyvtár regressziós modellek széles skáláját kínálja, beleértve a közönséges legkisebb négyzeteket, az általánosított lineáris modelleket és a robusztus modelleket, amelyek kevésbé érzékenyek a kiugró értékekre. Jól felszerelt az idősorelemzéshez is, támogatja az autoregresszív modellek, mozgóátlagok és ARIMA-modellek eszközeit, amelyek elengedhetetlenek a szezonális trendek kezeléséhez és az előrejelzéshez.

A modellezés mellett a statsmodels számos statisztikai tesztet is kínál, például t-próbákat, chi-négyzet-teszteket, ANOVA-t és nem-parametrikus teszteket, így sokoldalú választás a különböző tudományos kutatási területeken végzett hipotézisvizsgálatokhoz. A könyvtár modellértékelési eszközöket is tartalmaz, beleértve a metrikákat és diagnosztikai ábrákat a modellteljesítmény értékeléséhez és a feltételezések validálásához. Ez felbecsülhetetlen értékű erőforrássá teszi a részletes és szigorú statisztikai elemzést végző felhasználók számára, mivel olyan képességeket kínál, amelyekkel összetett modelleket kezelhet és átfogó statisztikai kimeneteket szolgáltat [Knight és Palmer 2022].

4.2 Program bemutatása

A dolgozat szempontjából releváns részletek a programból.

```
import numpy as np
import pandas as pd
import pandas_datareader as web
import plotly.express as px
from statsmodels.tsa.holtwinters import ExponentialSmoothing
import plotly.graph_objects as go
import pyarrow
```

9.ábra

használt könyvtárak

```
#2022
df = web.DataReader('^DJI', 'stoq')
mask = ('2022-01-01' <= df.index) & (df.index <= '2022-12-31')
df = df[mask]
# kerskedett napok szamozasa
df['TradingDay'] = range(1, len(df) + 1)

#zarartek rendeles a napokhoz
prices = df['Close'].values

#2023
df2 = web.DataReader('^DJI', 'stoq')
mask2 = ('2023-01-01' <= df2.index) & (df2.index <= '2023-01-10')
df2 = df2[mask2]
# kerskedett napok szamozasa
df2['TradingDay'] = range(1, len(df2) + 1)

#zarartek rendeles a napokhoz
prices2 = df2['Close'].values
```

10.ábra

adatok hozzárendelése az előrejelzéshez

A DJI történelmi részvényadatainak megszerzésével kezdjük a Stooq-tól. A 2022-es év adatait használjuk modelljeink betanításához, míg a 2023-as év első tíz napjának(5 kereskedett nap) adatait az előrejelzési pontosság értékeléséhez. Az elemzés megkönnyítése érdekében minden egyes kereskedési naphoz egy számlálót rendelünk.

Elemezzük az árváltozásokat 2023-ban, hogy megszámoljuk a növekvő és csökkenő árú napok számát. Ez előzetes képet ad a részvények adott időszakbeli viselkedéséről.

```
#Wiener folyamat
def simulate_1d_gbm(nsteps=5, t=1, mu=0.0001, sigma=0.0002, start=1):
    #Véletlenszerű lépések hozzárendelése a GBM folyamathoz
    steps = [(mu - (sigma**2)/2) + np.random.randn() * sigma for _ in range(nsteps)]
    # az utvonal kiszámítása
    y = start * np.exp(np.cumsum(steps))
    x = [t * i for i in range(nsteps)]
    return x, y

#Wiener szimuláció a DJI részvényekre
logreturns = np.log(prices[1:]) - np.log(prices[:-1])
mu = np.mean(logreturns)
sigma = np.std(logreturns)
nsteps = len(prices) - 1 # Egyel kevesebb lépés kell mint a zárt értékek száma
x, y = simulate_1d_gbm(nsteps=nsteps, mu=mu, sigma=sigma, start=prices[0])
print("Wiener szórás: ", format(sigma, ".5f"))
```

11. ábra

Wiener/GBM folyamat függvénye és annak használata

Ezután szimuláljuk a jövőbeli árakat a geometriai Brown-mozgás (GBM) modell segítségével.

- Paraméterek:
 - nsteps: Az időlépések száma, amelyekkel a folyamatot szimuláljuk.
 - t: Az időtartam, amely alatt a folyamatot szimuláljuk.
 - mu: A GBM driftjének (elmozdulásának) értéke. Ez az átlagos növekedési ráta.
 - sigma: A GBM volatilitásának értéke. Ez az árak véletlenszerű változékonyságának mértéke.
 - start: A szimuláció kezdőpontjának értéke.
- Lépések:
 - Először létrehoz egy listát (steps), amely tartalmazza a véletlenszerű lépéseket a GBM-hez. Ezek a lépések az adott időszakban tapasztalt véletlenszerű árváltozásokat szimbolizálják.

- Ezeket a lépéseket úgy állítja elő, hogy az aktuális átlagos növekedési ráta (μ) és a volatilitás (σ) hatását figyelembe véve hoz létre véletlen elmozdulásokat.
- Az elmozdulásokat az elmozdulások összegzésével (kumulatív összegzés) átalakítja a GBM útvonalává.
- Az időintervallumokat (x) létrehozza az idő (t) és az időlépések száma ($nsteps$) alapján.
- Visszatérési érték:
 - A függvény visszaadja az időpontokat (x) és a GBM értékeit (y).

A függvényt egy Wiener-folyamat egydimenziós változatának szimulálására használják. A kód a GBM alapját képező véletlenszerű lépéseket generálja először, majd ezeket a lépéseket összegezve kiszámítja a folyamat értékeit az idő múlásával. Ezután az időpontokat és az ezekhez tartozó GBM-értékeket adja vissza.

Végül a kódban a Wiener-folyamat szórását számolják ki az eredeti árak alapján, hogy megvizsgálják, mennyire illeszkedik a szimulált folyamat a valós adatokhoz.

A kapcsolat a geometriai Brown-mozgás (GBM) és a Wiener-folyamat között a matematikai alapjukban rejlik.

A GBM egy olyan folyamat, amelyben az árak vagy egyéb értékek logaritmus normális eloszlású véletlen változókhoz ad hozzá egy drift (átlag) komponens. Ezt a folyamatot gyakran használják a pénzügyi modellezésben, különösen részvényárak modellezésére.

A Wiener-folyamat (vagy Brown-mozgás) egy olyan folyamat, amelyben egy adott időintervallumon belül a folyamat értéke normális eloszlású véletlen lépéseken keresztül változik. Ez a folyamat a véletlen járást modellezi, amelyben az idő múlásával a folyamat véletlenszerűen "kóborol" előre vagy hátra.

A kapcsolat a GBM és a Wiener-folyamat között az, hogy a GBM egy speciális esete a Wiener-folyamatnak, ahol a folyamat útvonala exponenciális függvénye a Wiener-folyamat útvonalának. Ez azt jelenti, hogy a GBM-t lehet Wiener-folyamatok felhasználásával szimulálni, azáltal, hogy az időbeli lépésekhez hozzáadunk egy exponenciális tényezőt a Wiener-folyamat útvonalához.

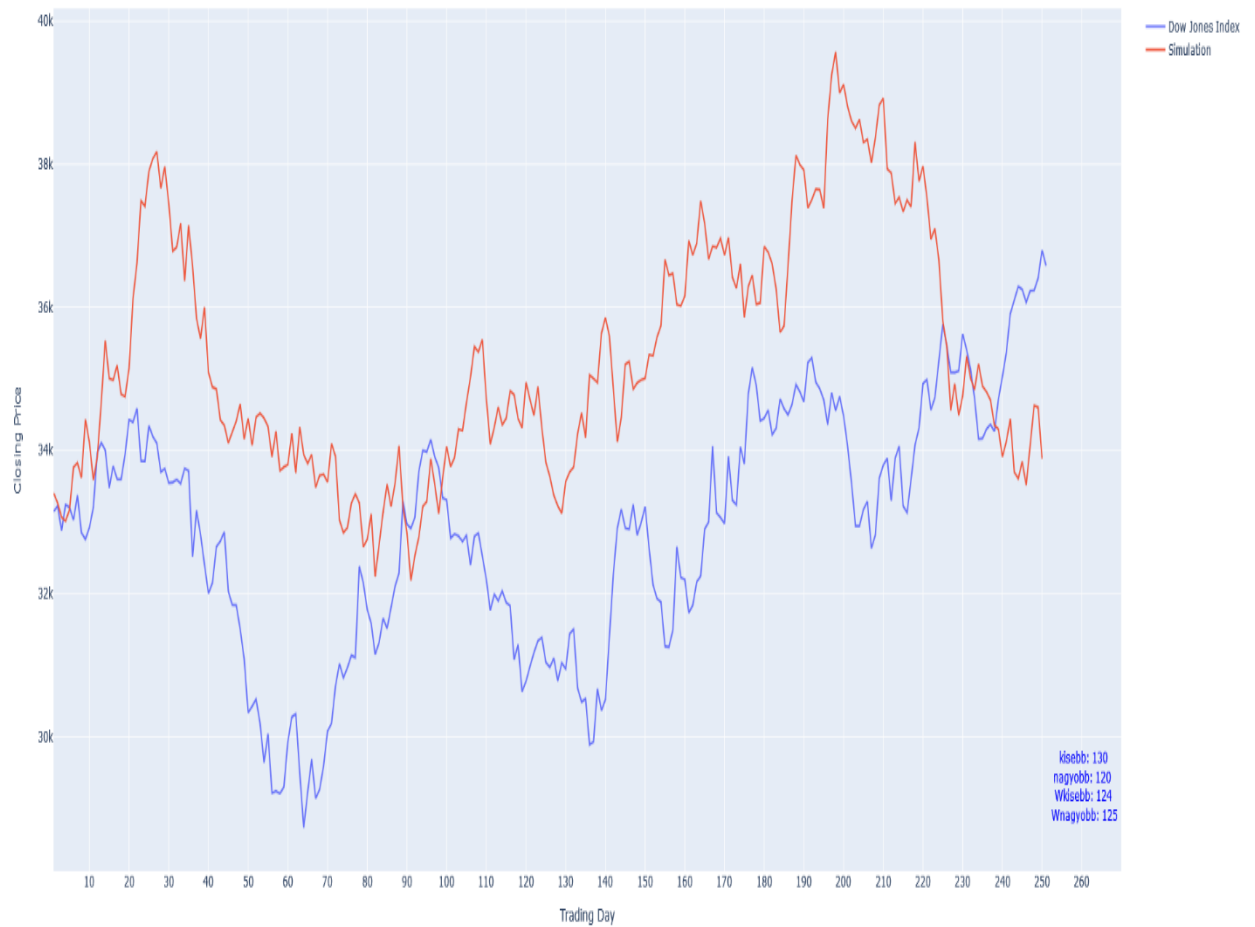
Ezért, bár a Wiener-folyamat az alap, a GBM gyakran alkalmazott speciális esete, amely különösen alkalmas pénzügyi modellezésre. A GBM használatával könnyebb és hatékonyabb modellezni a részvényárak vagy más pénzügyi értékek változásait, mivel a GBM széles körben elfogadott és jól megértett modell a pénzügyi közösségben.

Ez a program minden egyes végrehajtáskor új előrejelzést generál. Az eredmények a piaci adatok dinamikus jellege és a használt algoritmusok miatt változhatnak. A felhasználóknak minden egyes eredményt az adott futás egyediségeként kell értelmezniük, és óvatosan kell eljárniuk, amikor pénzügyi döntéseket hoznak ezen előrejelzések alapján.



12.ábra

folyamat nagy (0.1377) szórással



13.ábra

folyamat kis (0.01249) szórással

Magyarázat:

- kisebb: amikor az eredeti árfolyam n . napi záró értéke kisebb, mint az $n-1$. napi záró érték
- nagyobb: amikor az eredeti árfolyam n . napi záró értéke nagyobb, mint az $n-1$. napi záró érték
- Wkisebb: amikor a szimulált árfolyam n . napi záró értéke kisebb, mint az $n-1$. napi záró érték
- Wnagyobb: amikor a szimulált árfolyam n . napi záró értéke nagyobb, mint az $n-1$. napi záró érték

Megfigyelés: egy kis (0.001249) szórás esetén a növekedés/csökkenés találata nagyobb, hiába tűnik úgy, hogy jobban le követi az árfolyamot.

```
#azert midnig logaritmussal szamolunk emrt %-os elteressel szamolounk es oda mertani ertekkel szamolunk
print("Wkissebb: ", Wkissebb)
print("Wnagyobb: ", Wnagyobb)
print("\n")
print("Hkissebb: ", Hkissebb)
print("Hnagyobb: ", Hnagyobb)
print("\n")
actual_changes = np.diff(prices2) # kulonbseg a vaols nap es az elotte levo nap zarasi ara kozott
simulated_changes = np.diff(y)    # kulonbseg a szimulalt napok zarasi erteke kozott

correct_upward_predictions = 0
correct_downward_predictions = 0

for actual_change, simulated_change in zip(actual_changes, simulated_changes):
    if actual_change > 0 and simulated_change > 0:
        correct_upward_predictions += 1
    elif actual_change < 0 and simulated_change < 0:
        correct_downward_predictions += 1

correct_predictions = correct_downward_predictions+correct_downward_predictions
```

14.ábra

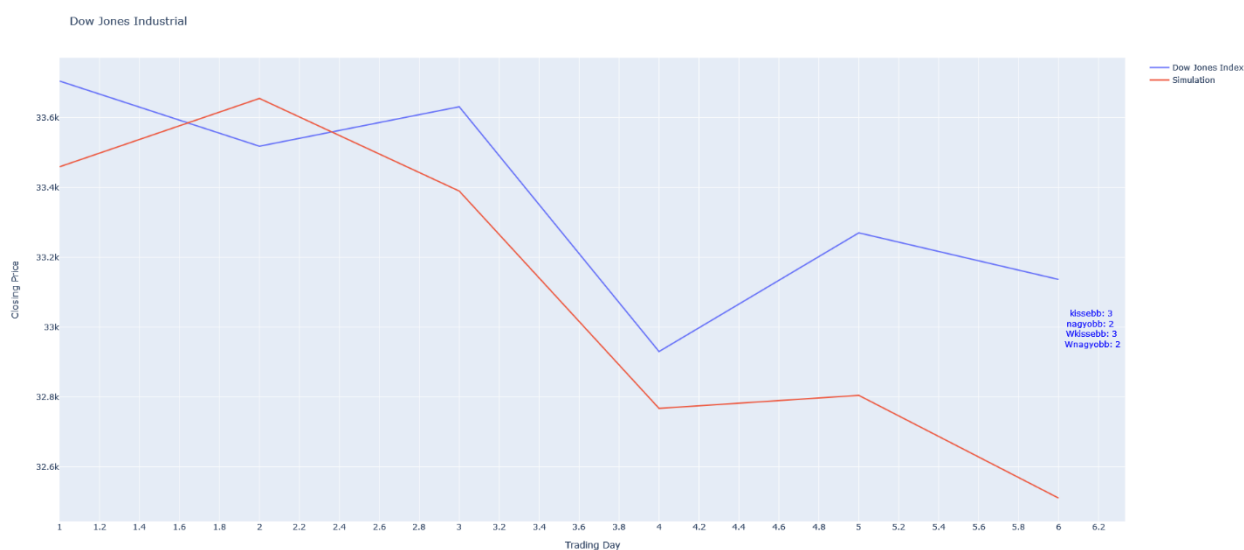
Árváltozások összehasonítása

Az előrejelzések pontosságát úgy értékeljük, hogy összehasonlítjuk a 2023-as tényleges árváltozásokat a szimulált és az előrejelzett változásokkal. A modellek teljesítményének értékeléséhez a helyes előrejelzések számát számoljuk.

Ez a kód egy átfogó megközelítést mutat be a részvényárfolyamok elemzéséhez és előrejelzéséhez historikus adatok felhasználásával. A Wiener-szimuláció és a Holt-Winters előrejelzés összehasonlítása betekintést nyújt az egyes modellek erősségeibe és korlátaiba. A vizualizáció segít megérteni a részvények viselkedését és az előrejelzések pontosságát. Ez az elemzés kiterjeszthető más részvényekre és időszakokra is a modellek további igazolása érdekében.

4.3 Gyakorlati példa

A mellékelt ábrák a Dow Jones értékpapír alakulását hasonlítják össze az előrejelzéssel négy különböző időszakban. A rövid távú elemzés az azonnali piaci reakciókra világít rá, míg a hosszú távú összehasonlítás betekintést nyújt a tartós trendekbe és a szimuláció pontosságába egy vagy több teljes kereskedési év alatt. Ezek a vizualizációk segítenek annak megértésében, hogy a szimuláció mennyire tükrözi a tényleges piaci viselkedést a különböző időtávokon keresztül.



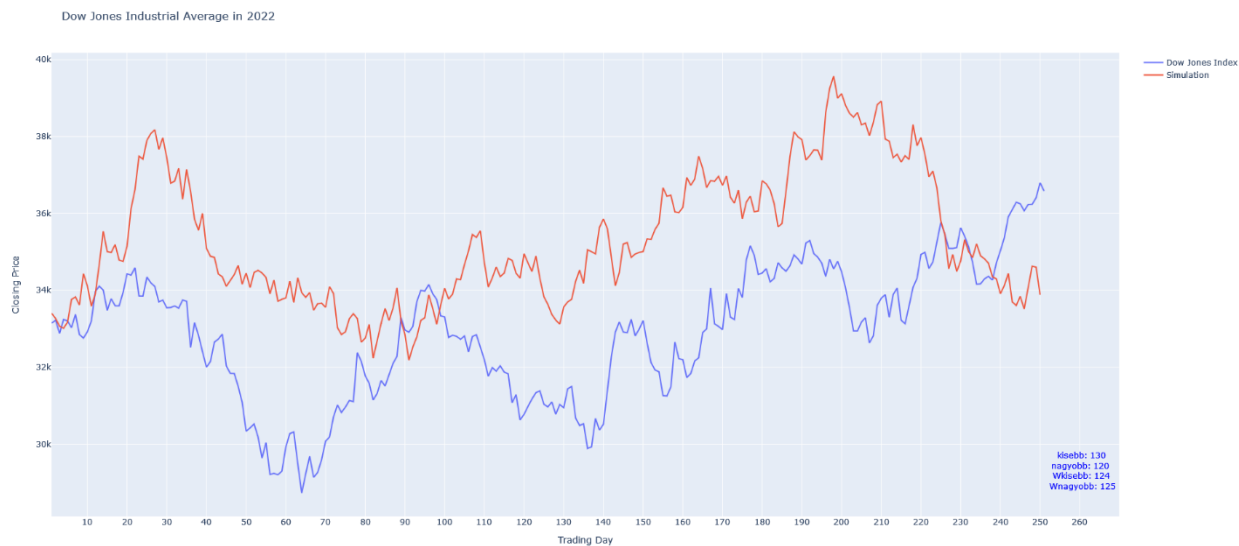
15.ábra

5 napos előrejelzés és annak pontossága



16. ábra

2022-n tanított és ugyanarra az évre előrejelzés és annak pontossága



17. ábra

2022-n tanított és 2023-ra való előrejelzés és annak pontossága



18. ábra

2022-n tanított és 2020-2023-ra való előrejelzés és annak pontossága

4.3.1 Megfigyelés

előrejelzett időszak	szórás
5 napos 2023-ra	0.001249
	404.6581
2022	0.01249
	404.6581
2023	0.01357
	454.6581
2020-2023	0.01427
	533.4777

19. ábra

Megfigyelhető, hogy a program, ami egy év Daw Jones papír árának alakulását veszi alapul és az alapján próbálja előrejelezni annak alakulását. Minél nagyobb intervallumra jósol annál nagyobb a szórása. Ezenfelül az is látszik, hogy nagyon sokat számít az előrejelzendő év "hangulata" mivel egy nagyon volatilis évet pontatlanabban jelez elő, mint egy nyugotabb kevésbé váratlan változásokkal tűzdeltet.

4.3.2 Előrejelzés döntési fával való elemzése

A minél jövedelmezőbb és kockázatmentes döntés érdekében elkészítünk egy az előrejelzésen alapuló döntési fát. Egy x összegért akar vásárolni részvényt. Tudjuk, hogy ha az x értékű részvény árfolyama nő, akkor nyereséges a befektetés, ha pedig csökken akkor veszteséges (most a shortolást nem vesszük döntési lehetőségnek).

Például, ha a jelenlegi árfolyam 120 dollár/részvény és a befektető $x = 1000$ dollárral rendelkezik. Döntenie kell, hogy a mostani értéknél vásárol vagy a későbbin (remélve, hogy olcsóbb lesz de szintén nő az értéke a jövőben). Jelöljük Δ -val egy egységnyi egyenértéket és legyen $x = 1000\Delta$, azaz a kezdeti árfolyamon 1 részvény = 120Δ . Az alábbi táblázat néhány lehetséges eseményt vázol.

1. táblázat: példa feladat adatai. (Forrás: saját munka)

Befektetés	Átváltás	Az új érték	Egyenérték	Nyereség
1000 dollár	1	123	$\frac{123}{120} * 1000$	$\frac{3}{120} * 1000\Delta$
1000 dollár	1	118	$\frac{118}{120} * 1000$	$\frac{-2}{120} * 1000\Delta$

Ha a döntéshozó a várható hasznosság elve alapján dönt, akkor a 21. ábrán látható döntési fa alapján kiszámíthatja (feltételezheti) a várható hasznót és választhat annak megfelelő döntési

stratégiát. A döntési fában négyzetekkel jelöljük a döntési helyzeteket és körrel a véletlenszerű eseményeket. Az események bekövetkezésének valószínűségeit a fa ágain tüntettem fel. A fa levelei a várható hasznat tartalmazzák. *Ha q az aktuális árfolyam, Q az új árfolyam akkor a haszon.*

$$S = \begin{cases} \frac{q - Q}{Q} * x \Delta, & \text{ha nő} \\ \frac{Q - q}{q} * x \Delta, & \text{ha csökken} \end{cases}$$

A $Q1$ az új megnövekedett árfolyamot jelenti, a $Q2$ pedig az új lecsökkent árfolyamot. Ha s -el jelöljük azt az összeget, amit a döntéshozó fizet a módszerért (Δ -ban kifejezve, döntéselméletben s -et a módszer információs értékének nevezik, esetünkben 0), akkor a döntési fában a módszer figyelembevételével hozott döntési ágon a haszon $S - s$ lesz.

Az döntési fa értékeit a program is kiszámolja és Excelben is utánuk lehet számolni, mindkettő ugyanazon előrejelzés alapján készült.

A döntési fa ágain megjelenő valószínűségek kiszámítása a Bayes-tétele segítségével.

Az egyszerűbb számítás érdekében az eseményeket táblázatokba foglaltuk. Előre kiszámoljuk a marginális valószínűségeket. Ezek szerepelnek a 2-4, 2-5, illetve 3-6, 3-7 ágakon. Majd alkalmazva a Bayes-tételét a második táblázatba foglaltuk össze az utólagos valószínűségeket. Ezek az értékek szerepelnek a döntési fa 8, 9, ..., 15 csomópontjaiból kiinduló ágakon.

A 20-as táblázatok a Holt-Winter módszer előrejelzéseire, a 21-es táblázatok pedig a Wiener folyamat előrejelzéseire vonatkoznak.

A 20-as táblázatok közül az elsőben a priori valószínűségeket tartalmazza, ezeket úgy kapjuk meg, hogy a teljes adatsorban hány százalékban van növekedés, és hány százalékban csökkenés.

A valóságban hányszor nő- Wiener folyama ebből hányat talál el. Ez az arány jön a megfelelő mezőben, alája pedig a hiba (hányszor téved). Utána azt, hogy valóságban hányszor csökken- Wiener folyamata és ebből hányat talál el. Ez az arány jön a megfelelő mezőben, feléje pedig a hiba (hányszor téved). Ugyanez a helyzet a Winter módszerénél is. A 0.45 például úgy jön ki, hogy a 250 eseményből 130 volt növekedés és abból 59 alkalommal jelzett előre növekedést a Wiener folyamat, *amikor tényleg volt is növekedés, nem csak az össz találatot nézi, hanem az adott naphoz igazítva (n-ik napra n-ik napi előrejelzés).*

1 ÉVES PROGRAM			
	Valóságban hányszor nő	Valóságban hányszor csökken	Marg val.
Priori	0.51	0.49	
Winter folyamat növekedést jósol	0.45	0.641666667	0.5697
Winter folyamat csökkenést jósol	0.55	0.358333333	0.4303
Eredmeny tábla	Valóságban hányszor nő	Valóságban hányszor csökken	Marg val.
Priori	0.512	0.488	
Winter folyamat növekedést jósol	0.445848692	0.554151308	0.5697
Winter folyamat csökkenést jósol	0.590285847	0.409714153	0.4303

20. ábra

Holt-Winter folyamat eredményei alapján

1 ÉVES PROGRAM			
	Valóságban hányszor nő	Valóságban hányszor csökken	Marg val.
Priori	0.508	0.492	
Wiener folyamat növekedést jósol	0.48	0.641666667	0.5697
Wiener folyamat csökkenést jósol	0.52	0.358333333	0.4303
Eredmeny tábla	Valóságban hányszor nő	Valóságban hányszor csökken	Marg val.
Priori	0.512	0.488	
Wiener folyamat növekedést jósol	0.4738	0.5261	0.5697
Wiener folyamat csökkenést jósol	0.5843	0.4156	0.4303

21. ábra

Wiener folyamat eredményei alapján

2. táblázat: a várható hasznót a 8-15 elágazásokban az alábbi táblázat tartalmazza
(Forrás: saját munka)

Csomópont	Várható haszon
8	$\frac{qx}{Q1Q2} (0.4738Q2 + 0.5261Q1) - x - s$
9	$\frac{x}{q} (0.4738Q1 + 0.5261Q2) - x - s$
10	$\frac{qx}{Q1Q2} (0.5843Q2 + 0.4156Q1) - x - s$
11	$\frac{x}{q} (0.5843Q1 + 0.4156Q2) - x - s$
12	$\frac{qx}{Q1Q2} (0.4458Q2 + 0.5541Q1) - x - s$
13	$\frac{x}{q} (0.4458Q1 + 0.5541Q2) - x - s$
14	$\frac{qx}{Q1Q2} (0.5901Q2 + 0.4097Q1) - x - s$
15	$\frac{x}{q} (0.5901Q1 + 0.4097Q2) - x - s$

A várható haszon elve alapján menve a döntéshozó azt a döntés választja majd, amelyre a várható kimenet haszna maximális.

3. táblázat: a várható hasznót tartalmazza a következő táblázat (Forrás: saját munka)

Csomópont	Várható haszon
4	$x_{max}\{\frac{(0.4738Q2 + 0.5261Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.4738Q1 + 0.5261Q2}{q}\}$ $- x - s$
5	$x_{max}\{\frac{(0.5843Q2 + 0.4156Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.5843Q1 + 0.4156Q2}{q}\}$ $- x - s$
6	$x_{max}\{\frac{(0.4458Q2 + 0.5541Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.4458Q1 + 0.5541Q2}{q}\}$ $- x$
7	$x_{max}\{\frac{(0.5901Q2 + 0.4097Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.5901Q1 + 0.4097Q2}{q}\}$ $- x$

Ennek a kódbeli változata:

```
kor31=((0.4738*Q2+0.5261*Q1)*q)/(Q1*Q2)
kor32=((0.4738*Q1+0.5261*Q2))/q
kor51=((0.5843*Q2+0.4156*Q1)*q)/(Q1*Q2)
kor52=((0.5843*Q1+0.4156*Q2))/q
kor81=((0.4458*Q2+0.5541*Q1)*q)/(Q1*Q2)
kor82=((0.4458*Q1+0.5541*Q2))/q
kor101=((0.5901*Q2+0.4097*Q1)*q)/(Q1*Q2)
kor102=((0.5901*Q1+0.4097*Q2))/q
S4=x*(max(kor31,kor32))-x-s
S5=x*(max(kor51,kor52))-x-s
S6=x*(max(kor81,kor82))-x
S7=x*(max(kor101,kor102))-x
```

22. ábra

4. táblázat: a várható haszon a 2-3 elágazásokban (Forrás: saját munka)

Csomópont	Várható haszon
2	$2.97 * x * \max\left\{\frac{(0.4738Q2 + 0.5261Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.4738Q1 + 0.5261Q2}{q}\right\}$ $+ 7.04 * x$ $* \max\left\{\frac{(0.5843Q2 + 0.4156Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.5843Q1 + 0.4156Q2}{q}\right\} - x - s$
3	$1.81 * x * \max\left\{\frac{(0.4458Q2 + 0.5541Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.4458Q1 + 0.5541Q2}{q}\right\}$ $+ 7.72 * x$ $* \max\left\{\frac{(0.5901Q2 + 0.4097Q1)q}{Q1 * Q2}, \frac{0.5901Q1 + 0.4097Q2}{q}\right\} - x$

Következésképpen, a döntéshozónak akkor éri meg a Wiener folyamaton alapuló előrejelzést választani, ha a várható haszon a 2-es csomópontban nagyobb, mint a 3-as csomópontban. Bevezetve a $0 < t = \frac{q}{Q1} \leq 1$ illetve $0 < u = \frac{Q2}{q} \leq 1$ jelöléseket.

A Wiener folyamaton alapuló előrejelzés várható hozamának képlete:

$$S_M = 2.97 * x * \max\left\{0.4738 * t + 0.5261 * \frac{1}{u}, 0.4738 * \frac{1}{t} + 0.5261 * u\right\} + 7.58 * x * \max\left\{0.3602 * t + 0.6398 * \frac{1}{u}, 0.3602 * \frac{1}{t} + 0.6398 * u\right\} - x - s$$

$$S_B = 1.81 * x * \max\left\{0.4458 * t + 0.5541 * \frac{1}{u}, 0.4458 * \frac{1}{t} + 0.5541 * u\right\} + 7.72 * x * \max\left\{0.5901 * t + 0.4097 * \frac{1}{u}, 0.5901 * \frac{1}{t} + 0.4097 * u\right\} - x - s$$

Ugyanez kódként:

```
SM=S4*x*max(0.4738*t+0.5261*(1/u),0.4738*(1/t)+0.5261*u)+S5*x*max(0.5843*t+0.4156*(1/u),0.5843*(1/t)+0.4156*u)-X-S
SB=S6*x*max(0.4458*t+0.5541*(1/u),0.4458*(1/t)+0.5541*u)+S7*x*max(0.5901*t+0.4097*(1/u),0.5901*(1/t)+0.4097*u)-X-S

print("SM: ",SM)
print("SB: ",SB)
```

23. ábra

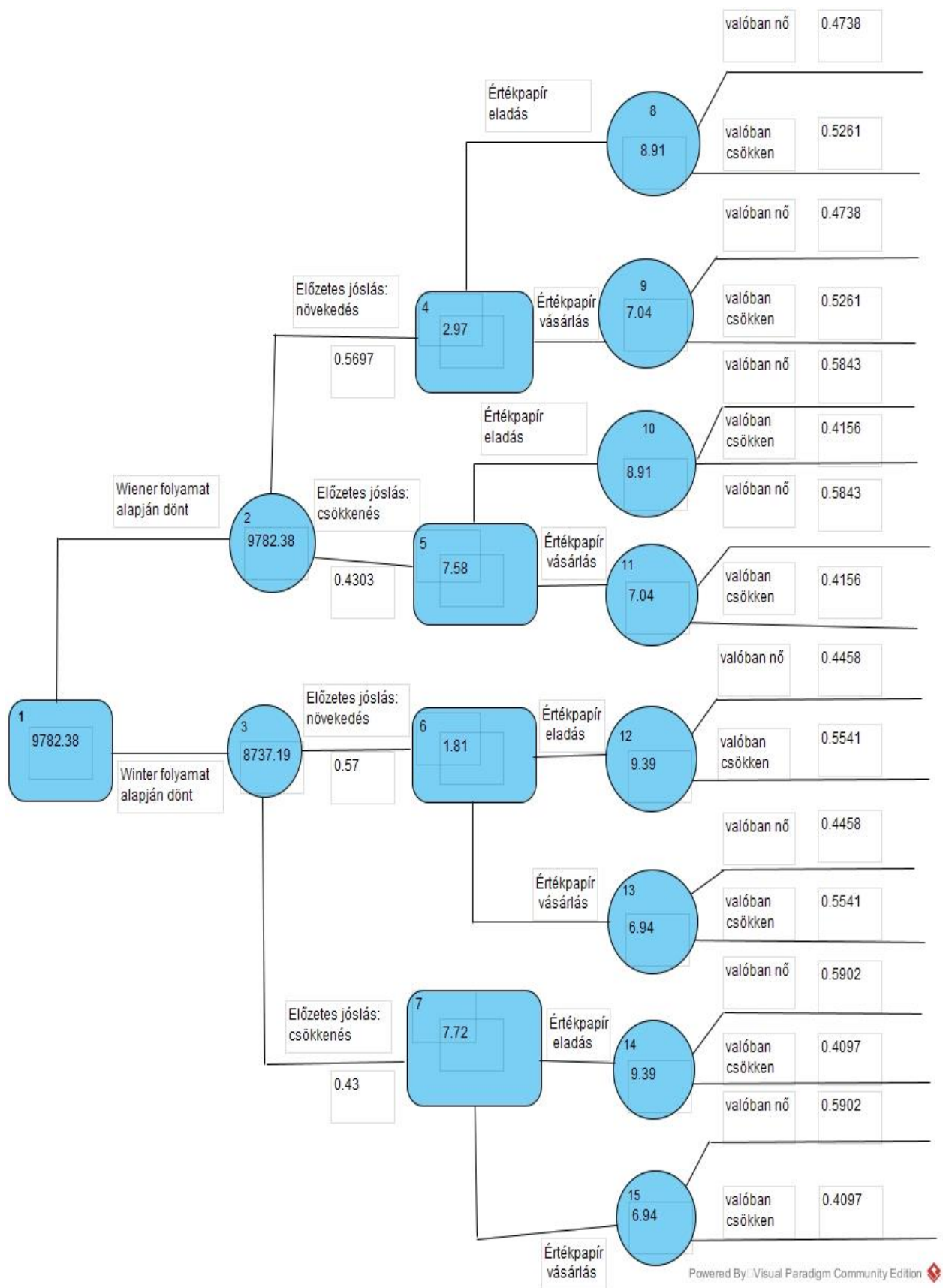
S3= 8597.105517361022

S2= 9623.829578472112

SM: 9782.38257884876

SB: 8737.199850105842

24. ábra



25. ábra
döntési fa.

5 Következtetések

A döntési fa 2-e és 3-as csomópontjából leolvasható a várható nyereségek. Látható, hogy ebben a konkrét esetben a Wiener folyamatként történő előrejelzés enyhén előnyösebb, mint a Winter módszer, de az eltérés közöttük relatíven kicsi. Az elkészített számítógépes program segítségével bármilyen részvényre elvégezhető ez az összehasonlítás.

A különbség a két módszer között, hogy a Wiener folyamat sztochasztikus előrejelzést ad, minden futtatása a programnak más és más eredményt ad. Ha kicsi a volatilitás, és sokszor futtatjuk a programot, akkor az ergodikus tulajdonságnak köszönhetően az eredmény egy átlagos értékhez konvergál. A Winter módszer minden futtatása ugyanazt az eredményt adja.

Mivel az árfolyamok sztochasztikus jellegűek elvi szempontból a Wiener módszer közelebb áll a valósághoz. Mikro- vagy makro-közgazdasági elemzéskor a jelenségek sztochasztikus jellegét a Wiener folyamat jobban leköveti. Ha a jelenség ergodikus, akkor a Wiener folyamat sokszori ismétlésének átlagolása alkalmazható a gazdasági-pénzügyi modellezésében.

Összefoglalva, bár a Wiener-folyamat ebben a disszertációban hatékonynak bizonyult a Dow Jones részvényárfolyamok előrejelzésében, nagyban függ az előrejelzés pontossága a mintának vett év és az az alapján előrejelzett év volatilitásától. Számos lehetőség van a jövőbeli fejlesztésre és finomításra. Először is, kifinomultabb matematikai modellek, például sztochasztikus volatilitási modellek vagy ugrás-diffúziós folyamatok beépítése további árnyalatokat ragadhatna meg a részvényárfolyamok mozgásában, különösen a nagy volatilitás vagy piaci sokkok időszakában.

Másodszor, az adatminőség és a granularitás javítása alternatív adatforrások, például a közösségi médiából származó hangulatelemzés vagy makrogazdasági mutatók bevonásával gazdagabb inputokat biztosíthat a pontosabb előrejelzésekhez. Emellett a gépi tanulási technikák, például a mélytanulás és az együttes módszerek feltárása betekintést nyújthat a nemlineáris kapcsolatokba, és tovább javíthatja az előrejelzés pontosságát. Végezetül, a robusztus érzékenységi elemzések és a különböző piaci körülmények között végzett backtesztelési eljárások validálják a modell robusztusságát és megbízhatóságát. Ezekkel a területekkel foglalkozva az előre jelző modell jövőbeli iterációi nagyobb pontosságra és alkalmazhatóságra törekedhetnek a pénzügyi piacok összetettségében való navigálásban és azok előrejelzésében. Ezeket a későbbiekben egyenként jobban kifejtem.

A Wiener-folyamat és a Winter módszer alkalmazásával próbálják előre jelezni a részvényárfolyamokat. Az elemzés során a Wiener-folyamat előnyösebbnek bizonyul a

sztochasztikus jellegű előrejelzés miatt, különösen akkor, ha az elemzett jelenség ergodikus, azaz az átlagos viselkedésre való konvergencia megfigyelhető sokszori futtatás során. A Winter módszer determinisztikus, ezért minden futtatás ugyanazt az eredményt hozza.

Fontos kiemelni, hogy a Wiener-folyamat jobb valóságkövető képességet mutat, hiszen a részvényárfolyamok sztochasztikus jellege jobban tükröződik benne. Az előrejelzési modellek jövőbeli fejlesztési lehetőségei közé tartozik kifinomultabb matematikai modellek beépítése (pl. sztochasztikus volatilitási modellek vagy ugrás-diffúziós folyamatok), amelyek képesek jobban kezelni a volatilitást és a piaci sokkokat.

Továbbá, az adatminőség javítása, például a közösségi média hangulatelemzése vagy makrogazdasági mutatók bevonása, segíthet gazdagabb és pontosabb előrejelzések készítésében. A gépi tanulás, különösen a mélytanulás és az együttes módszerek, további nemlineáris kapcsolatok feltárását és az előrejelzési pontosság növelését eredményezhetik.

Ezenfelül az alábbi fejlesztési ötletek segíthetnek a modelled finomhangolásában és pontosításában:

5.1.1 Volatilitás dinamikus modellezése

A Wiener-folyamatok alapértelmezésben konstans volatilitást feltételeznek, de a valós piacon a volatilitás gyakran változik. Néhány lehetséges fejlesztés: GARCH modellek használata a volatilitás dinamikájának előrejelzésére, Heston-modell implementálása, ahol a volatilitás sztochasztikus folyamatként változik.

5.1.2 Multifaktoriális modellek

A piacot nem csak a Wiener-folyamat által modellezett véletlenszerűség határozza meg. Érdemes lehet több tényezős modellt készíteni, amely figyelembe veszi például: makrogazdasági változókat (kamatláb, infláció), piaci hangulatot, ami statisztikai vagy szentimentanalízisen alapulhat (pl. hírek, közösségi médiák adatai).

5.1.3 Hosszabb idősorok kezelése

Ha hosszabb idősorokat is modellezni szeretnél, érdemes lehet a Wiener-folyamaton túlmenően figyelembe venni trendeket, szezonális hatásokat és egyéb időbeli korrelációkat. Ehhez: ARIMA vagy SARIMA modellek alkalmazása a sztochasztikus részfolyamatok kiegészítéseként.

5.1.4 Stressztesztelés és robusztusság elemzés

Fontos tesztelni a modelledet különböző piaci helyzetekre, például: extrém piaci események szimulálása. Monte Carlo szimuláció alkalmazása a modelled bizonytalanságainak feltárására.

5.1.5 Portfólió optimalizálás

Ha több értékpapírral dolgozol, érdemes lehet portfólió-optimalizálást végezni. Ennek egyik klasszikus módja a Markowitz-féle portfólió elmélet alkalmazása, ami minimalizálja a kockázatot adott hozam mellett.

5.1.6 Piaci anomáliák figyelembevétele

Egyes időszakokban piaci anomáliák lépnek fel (pl. a hét napjai közötti eltérések, vagy szezonális minták). Ezt külön modellezheted vagy korrekciókat építhetsz a rendszerbe.

Végezetül a robusztus érzékenységi elemzések és backtesztelési eljárások biztosítják a modellek megbízhatóságát, különböző piaci körülmények között vizsgálva azok teljesítményét. Ezek a fejlesztési irányok jelentősen hozzájárulhatnak a pénzügyi piacok összetettségének jobb megértéséhez és az előrejelzések hatékonyságának növeléséhez.

6 Összefoglalás

WIENER FOLYAMATOK A PÉNZÜGYI ELŐREJELZÉSBEN

A sztochasztikus folyamatok olyan matematikai modellek, amelyek a véletlenségnek vagy a bizonytalanságnak kitett időbeni változásokat írják le. Ezek a folyamatok olyan rendszerek dinamikáját modellezzik, ahol a jövőbeli események előre nem megjósolhatók egyértelműen, de valószínűségi eloszlások vagy statisztikai tulajdonságok segítségével leírhatók.

Lehet szó akár mennyiség változás követéséről, amelyeket legalább egy valószínűségi változóval fejeznek ki vagy rendelnek mellé. Az ilyen elméleti számításoktól (mint például egy vírus és annak feltételezhető terjedése, állapotfelmérés, különböző minták és azok felismerése, gének előrejelzése) egészen a körülöttünk lévő életben megtörténő események (tőzsde, választások, népesség, PageRank) modellezésére és előrejelzésére használják.

Az ergodicitás arra utal, hogy egy rendszer idővel minden lehetséges állapotába eljut, és a statisztikai tulajdonságok az időátlagokra való konvergenciával rendelkeznek.

A dolgozatban bemutatott alkalmazás kiszámolja egy tőzsdei értékpapír árának lehetséges alakulását és grafikusán meg is jeleníti azt. Ezt a programot alkalmazzuk egy már meglévő tőzsdei árfolyam előrejelzésére és megvizsgáljuk, hogy a kapott eredmény mennyire talál az árfolyam valódi alakulásával.

7 Irodalomjegyzék

1. Berlinger, Edina, Ergodicitás a pénzügyekben, Hozzászólás Bélyácz Iván tanulmányához, *Gazdaság és Pénzügy*, 246-259, 2017. <https://real.mtak.hu/84675/>
2. Fekete Csanád-Gellért, *Markov láncok*, licenc dolgozat, 2022.
3. Grigorios A. Pavliotis, *Stochastic Processes and Applications: Diffusion Processes, the Fokker-Planck and Langevin Equations*, Springer, 2014.
4. Jean-François Le Gall, *Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus*, Springer kiadó, 2021.
5. Menke W., *Environmental Data Analysis with MatLab or Python, Principles, Applications, and Prospects*, Elsevier kiadó, 2022
6. Makó Zoltán, Lázár Ede, Máté Szilárd: *Előrejelző módszerek gazdasági és műszaki alkalmazásai*, Scientia kiadó, Kolozsvár, 2009.
7. Medvegyev, Péter, Esti mesék a kockázatról, *Gazdaság és Pénzügy*, 2(2), 150-167, 2015.
8. Medvegyev Péter, *Pénzügy matematika*, Typotex kiadó, Budapest, 2020.
9. Moczár József, Ergodikus versus bizonytalan pénzügyi folyamatok, *Pénzügy szemle*, 3 szám, 275-290, 2017.
10. Knight V., Palmer G., *Applied Mathematics with Open-Source Software. Operational Research Problems with Python and R, CRC Series in Operations Research*, Ed. Taylor & Francis Ltd, London, 2022.
11. Bernt Øksendal, *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, Springer, 2003
12. Wayne L. Winston, *Operációkutatás I-II.*, Aula Kiadó, Budapest, 2003.
13. <https://www.investopedia.com/terms/t/technical-analysis-of-stocks-and-trends.asp>
Letöltve: 2024.01.20
14. <https://www.investopedia.com/terms/t/technicalanalysis.asp> Letöltve: 2024.01.20
15. <https://www.investopedia.com/terms/f/fundamentalanalysis.asp> Letöltve: 2024.01.20
16. <https://www.investopedia.com/terms/s/stockmarket.asp> Letöltve: 2024.01.20
17. <https://www.investopedia.com/terms/s/stock.asp> Letöltve: 2024.01.20
18. <https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/wiener-process> Letöltve: 2024.01.20
19. <https://telex.hu/eszkombajn/2023/12/31/bill-benter-szerencsejatek-loverseny-hongkong>
Letöltve: 2024.01.20
20. Marek Capinski, Ekkehard Kopp, *The Black-Scholes Model*, Cambridge University Press, 2012.

21. Zubor Ármin Béla, *Ingatlan, mint befektetés - egy lehetőség?*, Zalaegerszeg Faculty of Business Administration, 2021.
22. Peter C. Canellos, Edward D.Kleinbard, *The Miracle of Compound Interest: Interest Deferral and Discount after 1982*, 38 Tax L. Rev ,1983.
23. Edmund Halley, *Of Compound Interest*, Cambridge University Press, 2016
24. Athanasios Orphanides, Robert M. Solow, *Handbook of Monetary Economics*, Massachusetts Institute of Technology, 2005.
25. Lekovic Miljan, *Investment diversification as a strategy for reducing investment risk*, Faculty of Economics, Kragujevac, 2018.

NYILATKOZAT

a diplomadolgozat nyilvános hozzáféréséről és eredetiségéről

A hallgató neve: Fekete Csanád-Gellért
A Hallgató Neptun kódja: E0HS34
A dolgozat címe: Wiener folyamatok a pénzügyi előrejelzésben
A megjelenés éve: 2024
A konzulens intézetének neve: Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem
A konzulens tanszékének a neve: Befektetési, Pénzügyi és Számviteli Tanszék,
Vidékfejlesztés és Fenntartható Gazdaság Intézet

Kijelentem, hogy az általam benyújtott diplomadolgozat egyéni, eredeti jellegű, saját szellemi alkotásom. Azon részeket, melyeket más szerzők munkájából vettem át, egyértelműen megjelöltem, és az irodalomjegyzékben szerepeltettem.

Ha a fenti nyilatkozattal valótlan állítotam, tudomásul veszem, hogy a záróvizsga-bizottság a záróvizsgából kizár és a záróvizsgát csak új dolgozat készítése után tehetek.

A leadott dolgozat, mely PDF dokumentum, szerkesztését nem, megtekintését és nyomtatását engedélyezem.

Tudomásul veszem, hogy az általam készített dolgozatra, mint szellemi alkotás felhasználására, hasznosítására a Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem mindenkor szellemi tulajdon-kezelési szabályzatában megfogalmazottak érvényesek.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatom elektronikus változata feltöltésre kerül a Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem MATER Hallgatói Dolgozatok repozitóriumába. Tudomásul veszem, hogy a megvédett és

- nem titkosított dolgozat a védést követően
- titkosításra engedélyezett dolgozat a benyújtásától számított 5 év eltelte után

nyilvánosan elérhető és kereshető lesz az Egyetem MATER Hallgatói Dolgozatok repozitóriumában.

Kelt: 2024.26.10

Hallgató aláírása

MATE Szervezeti és Működési Szabályzat

III. Hallgatói Követelményrendszer

III.1. Tanulmányi és Vizsgaszabályzat

**6.13. sz. függelék: A MATE egységes szakdolgozat /
diplomadolgozat / záródolgozat / portfólió készítési útmutatója**

4.1. sz. melléklete: Konzulensi nyilatkozat

NYILATKOZAT

A hallgató konzulenseként nyilatkozom arról, hogy a záródolgozatot/szakdolgozatot/**diplomadolgozatot**/portfóliót¹ áttekintettem, a hallgatót az irodalmi források korrekt kezelésének követelményeiről, jogi és etikai szabályairól tájékoztattam.

A záródolgozatot/szakdolgozatot/diplomadolgozatot/portfóliót a záróvizsgán történő védésre javaslom / nem javaslom².

A dolgozat állam- vagy szolgálati titkot tartalmaz: igen nem³

Kelt: 2024.09.14.


belső konzulens

¹ A megfelelő aláhúzendó.

² A megfelelő aláhúzendó.

³ A megfelelő aláhúzendó.