

# **DIPLOMADOLGOZAT**

**LŐRINCZ ANNAMÁRIA**

**Pénzügy mesterképzés**

**KAPOSVÁR**

**2022**



**MAGYAR AGRÁR- ÉS ÉLETTUDOMÁNYI EGYETEM**

**KAPOSVÁRI CAMPUS**

**PÉNZÜGY MESTERKÉPZÉS**

## **A NYUGDÍJRENDSZER DINAMIKUS MODELLEZÉSE**

**Belső konzulens:** Koroseczné Dr. Pavlin Rita  
egyetemi adjunktus

**Külső konzulens:** Dr. Makó Zoltán  
egyetemi professzor

**Készítette:** Lőrincz Annamária  
B2KVOH  
nappali tagozat

**Intézet/Tanszék:** Pénzügy és Számvitel Intézet

**Kaposvár**

# 1. Tartalomjegyzék

1. Bevezetés .....	3
2. Irodalmi áttekintés .....	5
1.1. Nyugdíjrendszer előrejelzés .....	5
1.1. A nyugdíjrendszert meghatározó paraméterek .....	7
1.1. Román nyugdíjrendszer előrejelzési modelljének módszertana.....	10
1.2. Módszertani megközelítések a nemzetközi szakirodalomban.....	12
1.2.1. Hyndman, Shang és Zeng (2021) módszertani megközelítése .....	12
1.2.2. Aurelio Sidoti, és Rocco Aprile (2000) módszertana .....	15
1.3. Bellman-egyenlet, dinamikus programozás .....	15
2. Anyag és módszer .....	18
3. Eredmények és értékelésük .....	19
3.1.1. Populáció.....	19
3.1.2. Modell bemutatása.....	23
3.2. Elkészített nyugdíjmodell elemzése .....	27
4. Következtetések és javaslatok .....	35
5. Összefoglalás .....	36
6. Irodalomjegyzék: .....	36
7. Mellékletek .....	40
1. Melléklet: <i>A modell megvalósítása MATLAB programozási környezetben</i> .....	40
2. Melléklet: <i>A népesség elhalálozási arányai 2010-2021-es időszakban</i> .....	46
3. Melléklet: <i>Eredmények összesítő táblázata</i> .....	46
4. Melléklet: <i>Férfi populáció számának alakulása 2010-2021 időtávban, életkoronként</i> .....	47
5. Melléklet: <i>Női populáció számának alakulása 2010-2021 időtávban, életkoronként</i> .....	50
8. Ábrajegyzék .....	1
9. Táblázatjegyzék .....	1

## 1. Bevezetés

A nyugdíjrendszer fenntarthatósága többdimenziós problémaként értelmezhető (Litterman, Sharpe 2014), ebből fakad komplexitása is, a rövidtávon való gondolkodás, illetve döntéshozás nem lehet célravezető (Bărbulescu 2013). Szükségesek az előrejelzési modellek, dinamikus modellek melyekből kiindulva, megérthető a rendszer dinamikája, szimulálhatóvá válik a rendszerre ható döntések hosszútávú hatása. Rendszerdinamikai szempontból a nyugdíjrendszer vizsgálata az alábbi három szintre bontható:

- Első szint: Statisztikai vizsgálatok külön-külön az egyes paraméterek alapján, a román állami felosztó-kirovó nyugdíjrendszerre vonatkozóan, statisztikai mutatók segítségével. Ezt a lépést végeztem el OTDK dolgozatomban (Lőrincz 2020).
- Második szint: A dinamikus modell felépítése, mikor több paraméter együttes változtatásával vizsgáljuk, hogy a nyugdíjrendszer hogyan fog változni, és meghatározzuk a döntéshozó által megfogalmazott prioritási sorrend alapján a rendszer optimális működését. Ezt tartalmazza jelenlegi dolgozatunk.
- Harmadik szint: A dinamikai rendszer adaptív rendszerré alakítjuk és megkeressük a rendszer belső egyensúlyát. Ez a szint képezheti jelenlegi dolgozatunk továbbfejlesztési lehetőségét.

Dolgozatomban egy újszerű megközelítésből dolgozom ki a nyugdíjrendszer dinamikus modelljét, a Bellman-féle egyenletre alapozva. Ilyen megközelítéssel a szakirodalomban még nem találkoztunk. A nyugdíjrendszer komplexitása megkívánja, hogy egy egyszerűbb statikus modelltől elmozduljunk a dinamikus modellezés fele, ahol nem csupán egy paraméter változtatásának hatását vizsgálhatjuk a nyugdíjrendszer egyenlegére vonatkozóan, hanem a paraméterek egymásra vonatkozó elmozdulását is a célfüggvény optimális állapotba való jutása érdekében.

Kutatásomat szakirodalmi elemzéssel kezdem, bemutatva a nyugdíjrendszert felépítő paramétereket, és egyenleteket. Ez követően ismertetem a szakirodalomban fellelhető aktuális dinamikus nyugdíjmodelleket, valamint a modellünk alapját képező Bellman-féle funkcionált. Mivel a nyugdíjrendszer a populáció leképezéseként értelmezhető, dolgozatom második fejezetének első paragrafusát a populáció dinamikai elemzésével kezdem. Második paragrafusként felépítem a modellt és megadom a modell dinamikáját mozgó Bellman-féle egyenletet. A modell alapját képező egyenletek az aktuálisan érvényben levő romániai nyugdíjrendszerre vonatkozó törvényes kereteket implementálják. A modell adaptív jellegének köszönhetően, a törvényi keretek változása egyszerűen integrálható a létrehozott dinamikus rendszerbe. Három komponens: nyugdíjkorhatár nők és férfiak esetében külön-külön, bruttó országos átlagbér és járulék szint változtatásával próbáljuk a kívánt célt optimális pályán elérni. A megvalósításához a MATLAB programozási környezetet alkalmazzuk. Harmadik paragrafusként bemutatom a legérdekesebb scenáriókat, érzékenységvizsgálatot végezve az egyes paraméterek esetében. Fontos kiemelni, hogy a modell alapján létrehozott program hozadékként a döntéshozónak lehetősége van

prioritási sorrendjének kialakítására, amely alapján meghatározza az életminőséget mutató büntetőfüggvényben a súlyok értékeit. Eredményként optimális megoldásokhoz jut, minimalizálva a jóléti és pénzügyi költségeket, különböző nyugdíjrendszer-politikákat generálva.

## 2. Irodalmi áttekintés

### 1.1. Nyugdíjrendszer előrejelzés

Annak érdekében, hogy hatékony nyugdíjreformstratégiát dolgozhassunk ki szükséges a jó nyugdíj-előrejelzési modell, amely nyugdíjkötelezettségek átláthatóbb mérésére is alkalmas. Hiszen a nyugdíjreformról szóló racionális vita alapját képezi (Disney 2001), szimulálva egyes döntések hosszútávú hatását a nyugdíjrendszer egyenlegére. Csökkentve a demográfiai struktúra átalakulásának nyomását az államháztartás fenntarthatóságára (Fougère és Mérette 1999; Meier és Werding 2010).

A következőkben felvázoljuk az előrejelzés egyes fő lépéseit, illetve a szakirodalomban kiemelt szempontrendszert, amely egy jó nyugdíjrendszer előrejelzéshez vezethet.

Az előrejelzés folyamatát fontosabb lépésekre oszthatjuk fel amely kutatott témától függetlenül követhető, a nyugdíjrendszerre is alkalmazható. A következőkben Sze Michael (1993) által megfogalmazott öt szakaszban mutatjuk be az előrejelzés főbb momentumait, ami támpontokat nyújthat egy jövőről festett valóság-hű képhez.

- 1. Előrejelzésre való felkészülés:** Ez a szakasz az elvégzendő főbb kérdéseket, feltételezéseket és háttérkutatásokat tárgyalja az előrejelzés megkezdése előtt. A nyugdíj-előrejelzéssel kapcsolatos problémák, hibák a nem megfelelő előkészítésből erednek, tehát kiemelten fontos a szakirodalmi előzetes kutatása.
- 2. A forgatókönyvi feltételezések megválasztása:** Ebben a szakaszban megfogalmazzuk az előrejelzés alapvető feltételezéseit, amelyek az egyes forgatókönyvekre vonatkoznak, illetve a forgatókönyvek alap gondolatát képezik. Ezek a feltételezések jövőbeli gazdasági események becslését jelentik. A feltételezések irányítják az előre jelzett eredményeket, tükrözniük kell az előrejelzés fő célját.
- 3. Az előrejelzés végrehajtása:** A folyamat központi eleme. A szakasz az előrejelzési módszer kiválasztásával kezdődik, és a végrehajtással folytatódik. Az előrejelzés terjedelmét a megrendelő igényei alapján határozzák meg.
- 4. Az előrejelzés eredményeinek felülvizsgálata:** Az elkészült előrejelzés eredményeinek elemzése, felülvizsgálata, ellenőrzése. A meglévő előrejelzések eredményeivel való összehasonlítás. Komoly tapasztalat és intuíció szükséges ahhoz, hogy megítéljük, hogy az előrejelzési eredmények ésszerűek-e.
- 5. Az előrejelzési eredmények kommunikálása:** Az előrejelzés legalább annyira oktatási folyamat, mint technikai folyamat. Az előrejelzési megállapítások nincs hasznuk, ha nem értik meg őket. Ebben a szakaszban az előrejelzést és annak eredményeit megfelelő kommunikálható formába alakítjuk.

A Disney (2001) a következő három szempontot emeli ki amelyek hozzájárulnak egy jó nyugdíj-előrejelzéshez: jobb előrejelzés, jobb adatok és a megfelelő intézkedések a nyugdíjkötelezettségek mérésére. Véleménye szerint az EU-s tagállamoknak fejleszteniük kell a nyugdíjkötelezettségek előrejelzéséhez szükséges saját kapacitásokat, az egyes országokban alkalmazott módszerek sokféleségét egységesíteni. Valamint a politikai beavatkozás lehetőségét is csökkenteni a nyugdíjrendszeri egyenlegre vonatkozó negatív hatás miatt. Közös összehasonlítható és következetes módszertan lehet hatékony az országok között. Másodsorban, az adatok az előrejelzés alapját képezik ezért kiemelt fontosságúak. A foglalkoztatás és a jövedelmek keresztmetszeti adatsorokból származó adatok félrevezető útmutatást adhatnak a jövőbeli gazdasági feltételezésekhez, mikroadatok kell használnunk az előrejelzések során. Harmadsorban a felosztó-kirovó társadalombiztosítási rendszerre vonatkozó előrejelzések tipikus formájában, a dolgozat szerint a "nyugdíjpénzügyek" két általános mérőszáma egyszerűen egy pénzáramlason alapuló számítás volt arra vonatkozóan, hogy a meglévő kiadásokat finanszíroznák. A jövőbeli előrejelzésekben a nyugdíjasok, járulékfizetők, jövedelmek előrejelzései is helyet kell kapjanak hogy iránymutatást adjanak a jövőbeli a nyugdíjakkal kapcsolatos kiadások finanszírozásához szükséges fizetett járulékmértékének jövőbeli alakulásáról. A kormányoknak ki kell számítaniuk a prioritási sorrendet a felhalmozott kötelezettségeket, mind a nyugdíjpénztári kötelezettségeket a nyugdíjprogram eddigi adatait, valamint a kötelezettség változását az egyes időszakokon belül a társadalombiztosítási járulékok adott időszakban történő beérkezése miatt.

Az elmúlt években az Európai Bizottság egyre aktívabb szerepet vállalt a következőkben az előrejelzések megrendelésében és a tagállamok közös jellemzőkkel való ellátásában. 2000 márciusában, az Európai Tanács lisszaboni rendkívüli ülése felkérte a Gazdaságpolitikai Bizottságot, hogy készítsen jelentést a tagállamok állami nyugdíjrendszerének fenntarthatóságáról. Az elért eredményekről szóló jelentés alapjául szolgáló szimulációkat kétféleképpen futtatták le a feltételezések alapján: a tagállamok által szolgáltatott foglalkoztatási és munkanélküliségi adatok alapján, valamint a foglalkoztatási és munkanélküliségi ráták konvergenciája alapján az uniós "legjobb gyakorlat", valamint a termelékenység növekedésének konvergenciája, amely a lisszaboni stratégiából adódik, célok elérése érdekében. A Bizottság közös makrogazdasági és demográfiai feltételezésekkel él mindkét esetben (Disney 2001).

Napjainkra rendszeres előrejelzések készülnek a jövőbeli nyugdíjkötelezettségekről a makrogazdasági és demográfiai tendenciákra vonatkozóan, ésszerű feltételezések alapján. Ezekből kiindulva szimulálható, hogy milyen járulékmértékre lenne szükség a legkedvezőbb pénzügyi helyzet finanszírozásához (Disney 2001).

Az Európai Bizottság által kiadott The Ageing Report kiadványon belül 2020-ra a hetedik jelentés készült el, amelyben hosszú távú előrejelzés készült a romániai népesség előregedésének költségvetési hatásairól, a 2019-2070 időszakra vonatkozóan.

A fenntarthatóság megteremtése érdekében szükséges multiszektorális megközelítésmód (Simonovits, 2003) fele való elmozdulás napjainkban megtörténik, többdimenziós problémaként (Balteş et al., 2018) kezdik kezelni a nyugdíjrendszert, a rövidtávon nem célravezető gondolkodás

(Bărbulescu, 2013) helyett. Viszont Közép-Kelet Európában az államilag szervezett többpilléres nyugdíjrendszerekben a társadalom bizalma megingott már, mind a rendszer illetve a felhalmozott nyugdíjmeztakarítások megbízhatóságát tekintve (Chlon-Dominczak 2018).

### **1.1. A nyugdíjrendszert meghatározó paraméterek**

A román nyugdíjrendszer fenntarthatóságát vizsgáló tanulmányok három fő demográfiai problémát tanulmányoznak, a népesség csökkenése, népesség elöregedése, születési ráta csökkenése, valamint a migrációt, amely folytatódik várhatóan a következő 30 évben is (Stănaciu 2019). Hiszen a nyugdíjrendszer a demográfiai korstruktúra leképezéseként értelmezhető (Schwarz és mtsai. 2014). Románia népessége napjainkban fiatalabb, mint az európai országok túlnyomó többsége, ami egy munkaerőpiaci potenciált hordoz magában (Darmaz-Guzun és mtsai. 2019), a gazdasági növekedést elősegítve. Viszont ez nem használja ki hatékonyan. Az elkövetkező 50 évben pedig a legidősebb népességű országok csoportjába fog tartozni, súlyos társadalmi és gazdasági hatásokat eredményezve (Dobre és mtsai. 2012). Míg 2010-ben a függőségi ráta 0,85 nyugdíjas/munkavállaló értékű volt, addig 2060-ra egy munkavállalóra 1,5 nyugdíjas ellátása hárul (Dobre és mtsai. 2012). Tehát kijelenthetjük, hogy a társadalom elöregedése a társadalmi, gazdasági élet több dimenzióját is befolyásolja, és negatív hatást gyakorol rájuk (Eleftherios és mtsai. 2019).

A 2012-ben érvényes jogszabályok értelmében a nyugdíjrendszer fenntartása, a GDP 2,5 százalékáig terjedő hiányhoz vezet, amely később csökkenő trendet mutat (Dobre és mtsai. 2012). A Pénzügyminisztérium adatai alapján 2050-ben a nyugdíjrendszer költségvetési hiánya elérheti a 87,9 milliárd lejt is (Stănaciu 2019). Ami állami költségvetés fedezetével és tartósan befolyásolja a beruházások finanszírozását. Előrejelzések alapján a foglalkoztatottsági ráta emelkedése sem tudja önmagában megoldani a fenntarthatósági problémát hosszú távon (Pânzaru 2015). A migráció megjelenik, mint a munkaerőpiac egyensúlyhiányának megoldásaként, de a nyugdíjrendszer fenntarthatóságára, mint megoldás csak hipotetikus (Pânzaru 2015).

A következőkben bemutatom a Európai Bizottság által kiadott The Ageing Report kiadványon belül definiált paramétereket, amelyek a nyugdíjrendszert meghatározzák, illetve ezáltal a nyugdíjrendszer előrejelzési modell alapját is képezik.

A nyugdíjrendszert meghatározó paramétereket 4 főcsoportba oszthatjuk: általános mutatószámok, népességre vonatkozó mutatók, munkaerőpiac tényezői, nyugdíjrendszer jogi keretei és mutatószámai. A változókat három index határozza meg: a kor, idő, és nem. Használt jelölések: kor= $a$ , idő= $t$ , nem= $g$ . A következőkben táblázatos formába foglalva ismertetem a csoportokat és annak összetevőit.



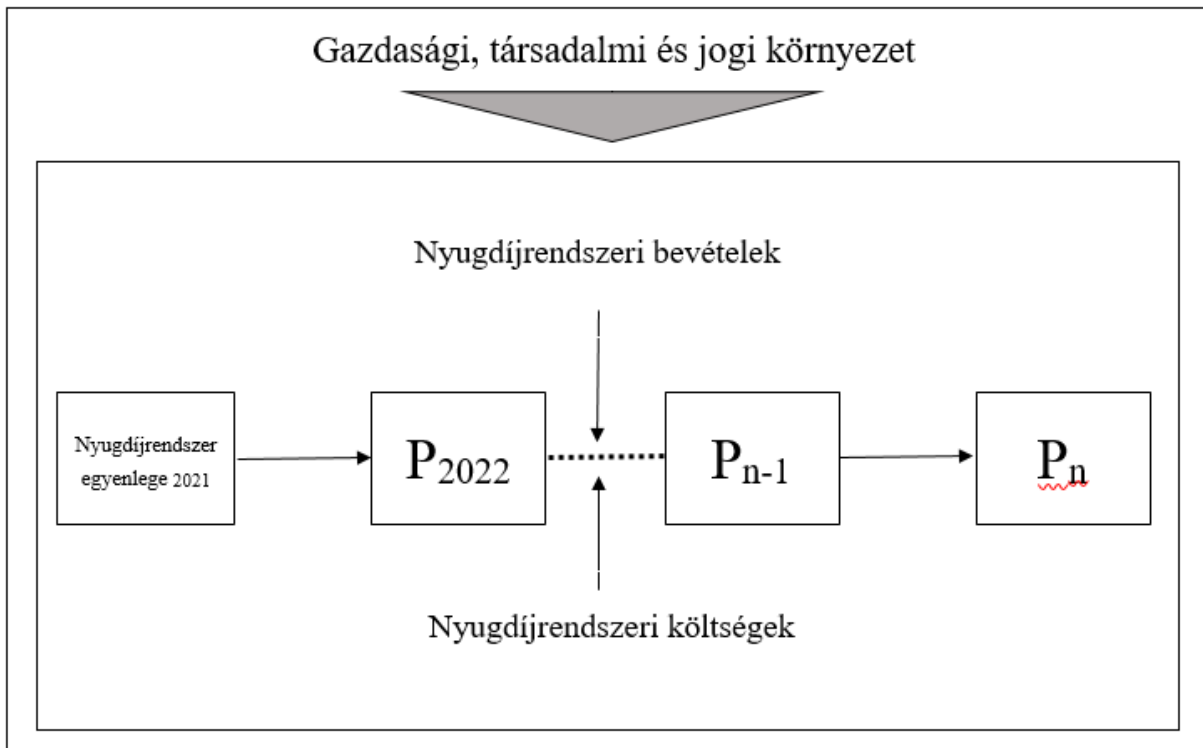
## 1. Táblázat: A nyugdíjrendszert meghatározó paraméterek

(Forrás: Saját szerkesztés, Európai Bizottság által kiadott elemzés alapján 2020)

Főcsoportok	
<b>A. Általános mutatószámok, alap adatok:</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. A bázisév adatai</li> <li>2. Bér- és nyugdíjtartományok és kumulatív eloszlások</li> <li>3. Demográfiai tendenciák (születés kori nemek aránya, a fogyatékkal élők halálozási arányának szorzója, halálozás, az öregségi nyugdíjasok rátájának szorzója)</li> <li>4. Makrogazdasági tendenciák (tényleges adatok, Eurostat előrejelzések ezt követően). <ol style="list-style-type: none"> <li>a. reál-GDP-növekedés</li> <li>b. a minimálbéres munkavállalók termelékenységének növekedése</li> <li>c. inflációs ráta</li> </ol> </li> <li>5. Kamatláb</li> <li>6. Juttatásra való jogosultság</li> <li>7. A reformot követően a rendes nyugdíjba vonulásra hajlandó, de azt nem engedélyező személyek százalékos aránya</li> <li>8. Helyettesítési ráta</li> <li>9. Bevételi források</li> <li>10. Költségek és egyéb kiadások</li> <li>11. Indexálás <ol style="list-style-type: none"> <li>a. a nyugdíjak indexálása az inflációhoz</li> <li>b. a nyugdíjak indexálása a rendes bérnövekedéshez</li> </ol> </li> </ol> <p>Az időskori ellátási képlet paraméterei</p>
<b>B. Népeség mutatószámai, <math>P(a,t,g)</math></b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Népeség volumene: fiatal korúak <math>YP(t,g)</math>, munkaképes korúak <math>WP(t,g)</math>, idősek <math>OP(t,g)</math></li> <li>2. Termékenységi ráta</li> <li>3. Halandósági ráták, <math>m(a,t,g)</math></li> <li>4. Nettó migráció, <math>im(a,t,g)</math></li> </ol>
<b>C. Munkaerőpiacra vonatkozó összetevők <math>LF(a,t,g)</math></b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. A munkaerő-piaci részvétel aránya <math>lfp\%(a,t,g)</math>, alkalmazottak száma <math>EM(a,t,g)</math></li> <li>2. Munkanélküliségi ráta, <math>u\%(a,t,g)</math></li> <li>3. Kereseti profil a minimálbér tekintetében Nyugdíjprofil a minimálnyugdíj szempontjából</li> </ol>

<b>D. Nyugdíj</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Nyugdíjrendszer a bázisévben és a reform, nyugdíjasok száma <math>EP(a,t,g)</math></li> <li>2. Szolgálati idő a nyugdíjba vonuláskor, nyugdíjba vonulási arány <math>rr\%</math>, nyugdíjkorhatár <math>a_r</math></li> <li>3. A járulékfizetők száma <math>NC(a,t,g)</math>, effektív járulékfizetők <math>EC(a,t,g)</math></li> <li>4. Öregkor - népesség állománya, <math>OP(t,g)</math></li> <li>5. Fogyatékosok <math>ED(a,t,g)</math>, fogyatékosak a népesség százalékában <math>ds\%(a,t,g)</math></li> <li>6. Túlélők a népesség százalékában</li> <li>7. Járulékfizetők mentességi aránya, <math>ee(a,t,g)</math></li> </ol>
-------------------	--

A demográfiai, gazdasági, társadalmi és politikai jellemzőket közvetlenül kapcsolódnak egy ország nyugdíjrendszerének kialakításához, az eddigiekben felsorolt paraméterek valamennyien ezek részeit képezik, ha ezek nincsenek összhangban, nem megfelelően fejlődnek, fenntarthatósági problémákhoz vezetnek (Guardiancich 2012).



**1. Ábra:** A nyugdíjrendszer ábrázolása (Forrás: Saját szerkesztés 2022)

A nyugdíjrendszer mint struktúra, esetében meghatározó paraméterei gazdasági, társadalmi illetve jogi környezetre is feloszthatók, és ábrázolhatók. Hiszen a nyugdíjrendszer bevételi és

kiadási értéke és a kettő különbségként értelmezhető egyenlege e három csoportba tartozó paraméterek eredménye.

### 1.1. Román nyugdíjrendszer előrejelzési modelljének módszertana

Az alapmodell a Világbank nyugdíjreform-opciók szimulációs eszköztára adja (PROST). Általa modellezhetők a nyugdíjjárulékok, a jogosultságok, a rendszer bevételek és a rendszer kiadásai hosszú időtávra, a jövőre vonatkozóan. A modellt úgy tervezték, hogy elősegíti a tényeken alapuló politikai döntéshozatalt. Tartalmazza a nemek szerinti újraelosztásra vonatkozó modellt, és korcsoportokra, valamint a második pillérre vonatkozó modellt is.

A modell az Európai Bizottság által rendelkezésre bocsátott országspecifikus adatokat használja fel, és generál népesség-előrejelzéseket. Ezeket az előrejelzéseket gazdasági feltételezésekkel kombinálva felhasználják a járulékfizetők és kedvezményezettek jövőbeli számának előrejelzésére. Ez a megközelítés pedig generálja bevételek és kiadások áramlását. A modell ezután a költségvetési egyenlegeket vetíti előre. A modell alkalmazhat "állományi" vagy "áramlási" megközelítést is. Az alkalmazott modell a jövőbeli mintákra vonatkozó megalapozott feltételezésekre támaszkodik, melyek a következők:

- Bérnövekedés
- A nyugdíjvagyon reálhozama
- Gazdasági növekedés
- A járulékalapú nyugdíjrendszer lefedettségének növekedése
- A modell egyik fő feltételezése, hogy a nyugdíjazást követően az egyének továbbra is életük végéig kapják a nyugdíjjuttatásokat. Ugyanabban az életkorban mind a nyugdíjasok, mind pedig a még aktív egyének ugyanolyan valószínűséggel halnak meg.

A modell adatintenzív az eredmények robusztusságának alátámasztása érdekében. A legfontosabb szükséges adatok a következők:

- A népesség termékenységi és halálozási rátái kor és nem szerint.
- A munkaerő-piaci részvételi arányok és a munkanélküliségi ráták életkor és nem szerint.
- A járulékfizetők és kedvezményezettek száma, járulékfizetési és nyugdíjba vonulási szokásaik életkor és nyugdíjkorhatár szerint nemek szerint.
- Bérek és nyugdíjak kor és nem szerint, a járulékfizetők és nyugdíjasok jövedelemeloszlása.

Minden változóhoz három index (dimenzió) tartozik: a=kor, t=idő (év), g=nem.

Főbb egyenletek:

$$P(a, t, g) = [1 - m\%(a - 1, t - 1, g)]P(a - 1, t - 1, g) + im(a, t, g), \quad (1)$$

ahol  $im(a,t,g)$  a nettó migráció, és  $m(a,t,g)$  a halálozás valószínűsége. Az egyenlet bármely korcsoportra alkalmazható, kivéve az újszülötteket ( $a>0$ ). Ez utóbbiak esetében a következő képlet alkalmazandó:

$$NEWBORN(t) = f(a, t) P(a, t) \quad (2)$$

ahol  $f(a,t)$  a termékenységi ráta.

A PROST-modell a teljes népességet 3 korcsoportba sorolja: fiatalok (YP), munkaképes korúak (WP) és idősek (OP). Ha  $a_r$  a nyugdíjkorhatárt jelenti, akkor:

$$YP(t, g) = \sum_{a=0}^{14} P(a, t, g), \quad (3)$$

$$WP(t, g) = \sum_{a=15}^{a_r} P(a, t, g), \quad (4)$$

$$OP(t, g) = \sum_{a=a_r}^{a_{max}} P(a, t, g), \quad (5)$$

Munkaerő-kínálat:

$$LF(a, t, g) = P(a, t, g) lfp(a, t, g), \quad (6)$$

ahol  $lfp(a,t,g)$  a munkaerő-kínálat részvételi aránya.

Alkalmazottak:

$$EM(a, t, g) = LF(a, t, g) [1 - u(a, t, g)], \quad (7)$$

ahol  $u(a,t,g)$  a munkanélküliségi ráta.

A meglévő nyugdíjasok száma:

$$EP(a, t, g) = P(a, t, g) rr(a, t, g), \quad (8)$$

ahol  $rr(a,t,g)$  a nyugdíjba vonulási (kilépési) arány.

A meglévő fogyatékkal élők száma:

$$ED(a, t, g) = P(a, t, g) ds(a, t, g), \quad (9)$$

ahol  $ds(a,t,g)$  a fogyatékoság előfordulási arányát jelenti.

A tényleges hozzájárulók száma:

$$EC(a, t, g) = NC(a, t, g) [1 - ee(a, t, g)], \quad (10)$$

ahol az  $ee(a,t,g)$  a járulékfizetők mentességi arányát, az  $NC(a,t,g)$  pedig a járulékfizetők névleges hozzájárulók száma.

A névleges hozzájárulók száma:

$$NC(a, t, g) = P(a, t, g) \cdot cr(a, t, g), \quad (11)$$

ahol  $cr(a, t, g)$  a járulékfizetési arány, az a korú járulékfizetők százalékában számítva, és  $g$  nemű hozzájárulók aránya az a korú és  $g$  nemű összes személyen belül.

Nyugdíjalap bevételei:

$$REV(t) = CON_{COLL}(t, 3) + PEN_{COLL}(t) + TR(t) + O\_REV(t) + INVEST(t), \quad (12)$$

Ahol  $CON\_COLL(t, 3)$  a jövedelemadókból származó hozzájárulásokat jelenti;  $PEN\_COLL(t)$  a nyugdíjjárulékokat;  $TR(t)$  az állami költségvetésből származó transfereket;  $O\_REV(t)$  az egyéb bevételeket; valamint a  $INVEST(t)$  a befektetési bevételeket jelöli.

Nyugdíjalapok kiadásai:

$$EXP(t) = PAYM\_T(3, t) + O\_EXP(t) + ADMIN(t) + ASSET\_M(t), \quad (13)$$

ahol  $PAYM\_T(3, t)$  a nyugdíjkifizetésekkel kapcsolatban felmerült kiadásokat jelöli;  $O\_EXP(t)$  az egyéb kiadásokat;  $ADMIN(t)$  az igazgatási kiadásokat;  $ASSET\_M(t)$  az eszközök kezelésével kapcsolatban felmerült költségeket jelöli.

Jelenlegi egyenleg:

$$BAL(t) = REV(t) - EXP(t) \quad (14)$$

European Commission (2014, 2017, 2020)

## 1.2. Módszertani megközelítések a nemzetközi szakirodalomban

### 1.2.1. Hyndman, Shang és Zeng (2021) módszertani megközelítése

Az ENSZ által végzett előrejelzések alapján, a 60 éven felüli népesség aránya, míg 1950-ben 8%, 2009-ben 11%, addig 2050-re eléri a világ össznépességének 22%-át (Cristea mtsai. 2016). A globális társadalomra jellemző népesség elöregedési tendencia, Európai társadalmunkra de Ausztráliára is jellemző. Ez három fő tényező eredménye: az orvosi ellátás terén elért jelentős fejlődés, amely hosszabb élettartamot eredményez; a világháború utáni magas termékenységi arányok, ami a "baby-boomer" generációt eredményezte; valamint a termékenységi arányok nagymértékű csökkenése az elmúlt harminc évben (Fehr, Jokisch és Kotlikoff 2008).

Hyndman, Shang és Zeng (2021) egy sztochasztikus népesség-előrejelzési módszert alkalmaz Ausztrália nyugdíjrendszerének tanulmányozása során. A tanulmány a halandóság, a termékenység és a nettó migráció összefüggő funkcionális adatmodelljein alapul. A népesség jövőbeli korszerkezetének szimulálására képes. Tehát kombinálták a funkcionális demográfiai

Hyndman & Ullah (2007) modelljeit és a Hyndman, Booth & Yasmineen (2013) általános sztochasztikus népesség-előrejelzési keretrendszerén belül Hyndman & Booth (2008) segítségével a népesség korszerkezetének előrejelzését. Az előrejedési problémát az időskorú függőségi rátával mérik.

2009-ben a szövetségi kormány bejelentette a nyugdíjkorhatár 65-ről 67 évre történő emelését 2023-ra (Nielson 2010). 2014 májusában a szövetségi kincstárnok további emelést javasolt a nyugdíjkorhatár 2035-ig 70 évre történő emelését. Tanulmányukban Hyndman, Shang és Zeng (2021) megvizsgálták, hogy a nyugdíjkorhatár ezen változásai milyen hatással vannak az időskorú függőségi rátára (OADR, old age dependency rate). Módszertant nyújtanak a politikai döntéshozók számára, hogy megtalálják azt a nyugdíjkorhatár-célt, amely egy adott OADR-értékhez vezet, és így fenntartható nyugdíjrendszert biztosít.

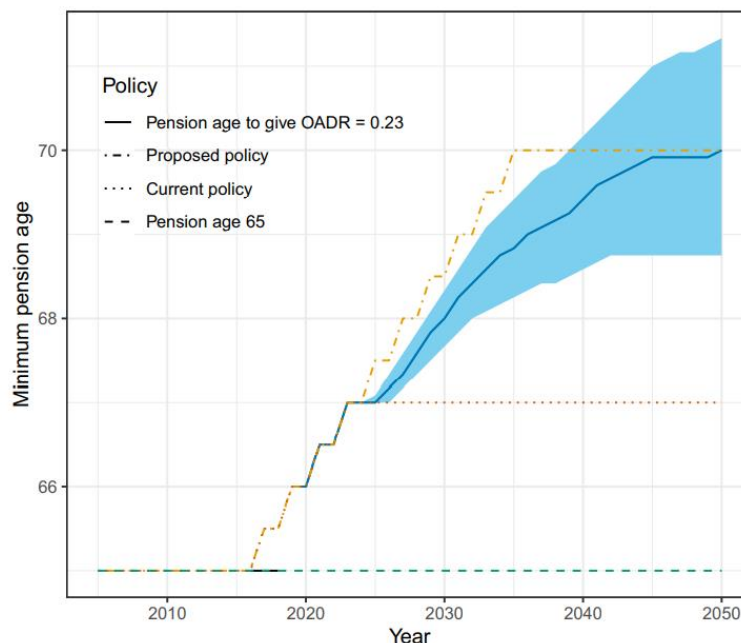
$$\text{Időskorú függőségi ráta} = \frac{\text{nyugdíjkorhatár feletti személyek száma}}{15 \text{ év feletti nyugdíjkorhatár alatti személyek száma}} * 100\% \quad (13)$$

Fenntartható nyugdíjrendszert eredményező nyugdíjkorhatár rendszer módszertani megközelítése:

Jelölések:  $a_T$  a T-dik évi nyugdíjkorhatár, előrejelzési horizontot  $P=[a_{T+1}, \dots, a_{T+H}]$ , a megfelelő OADR-értékek pedig a következők  $[O_{T+1}, \dots, O_{T+H}]$ .

Cél az, hogy minden évben megtaláljuk azt a minimális nyugdíjkorhatárt, amelynél az OADR alacsonyabb, mint a kívánt OADR küszöbérték.

Feltételezzük a  $0 < a_T - a_{T-1} < 1$  hogy két nemkívánatos helyzetet megelőzzünk: olyan évek, amikor senki sem tud nyugdíjba vonulni; és olyan évek, amikor a nyugdíjasok nem válnak jogosulttá a nyugdíjra. Feltételezzük továbbá, a könnyebb megvalósítás érdekében, hogy a kiigazítás a nyugdíjkorhatár kiigazítási egysége egy hónap.



## 2. Ábra: A nyugdíjkorhatár célrendszer (Forrás: Hyndman és mtsai 2021)

Az elemzés alapján a kitűzött nyugdíjkorhatár emelés túl gyors, hacsak a cél az OADR 2018-as értékek alá csökkentése. A kutatás során megállapított nyugdíjkorhatár 2023-ra 67 évre emelkedik, 2030-ra 68 évre, 2036-ra 69 évre és 2050-re 70 évre, egy stabil, 23% körüli OADR-t eredményezve.

A COVID-19 hatásait is megvizsgálták a modellre vonatkozóan hiszen, a halálozási arányok nagyobbak az idősebbek körében, így feltételezhetően az OADR csökkenéséhez kellene vezetnie. Az ausztráliai halálozások viszonylag alacsony száma azonban azt jelenti, hogy a világvjárvány hatása valószínűleg nem fogja szignifikánsan megváltoztatni az eredményeket.

A szerzők további kutatási célként meghatározzák a gazdasági szempontok figyelembevételét a modellben, illetve további tényezők figyelembevételét. Hiányosságként említik, hogy nem minden nyugdíjkorhatárt betöltött személy kapja majd meg a nyugdíjat, és a nyugdíjban részesülők aránya csökkenhet e miatt. E mellett, a munkaerő-piaci részvétel valószínűleg összefügg az életkorral, az önfinanszírozott nyugdíjasok sok esetben a nyugdíjkorhatár előtt a munkaerőpiac inaktív tagjává válnak. Ezen korrekciós tényezők miatt a nyugdíjkorhatár emelésének hatása az OADR-re, változhat a szerzők eredményeihez képest. Valamint nem kalkuláltak GDP/fő értékének változásával, amely hozzájárul a nyugdíjak finanszírozásához, hiszen az egy főre jutó GDP csökken, akkor az egy főre jutó adóterhek a nyugdíjterhek mellett is növekedhet (Hyndman és mtsai. 2021) és fordítva.

Bazzana (2020) is hasonlóan a nyugdíjkorhatár változtatásának hatását vizsgálja a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer fenntarthatósága és az államadósság alakulására, tehát közgazdasági szempontokból kiindulva, hogy milyen eredményekhez jutunk általa, hiszen Galasso (2008) és Godinez-Olivares et al. (2016) kimutatták, hogy a nyugdíjkorhatár emelése csökkenti a nyugdíjrendszer hiányát, hozzájárul annak fenntarthatóságának erősítéséhez, azonban ez az intézkedés csak rövid távon tűnik hatékonynak (Magnani 2011; Miyazaki 2014). Boado-Penas és mtsai (2020) szerint a nyugdíjkorhatár és a várható élettartam közötti kapcsolat beépítése a nyugdíjkorhatár meghatározási folyamatban, amivel sok ország él is, hatékony lehet. Mégis csupán egy parametrikus reform és nem egy csodaszer, ami minden problémát megoldhat, általában ezért szükséges, más reformokkal együtt alkalmazni (Boado-Penas és mtsai. 2020).

Bazzana (2020) arra a következtetésre jut, hogy a nyugdíjkorhatár kitolása, ezáltal a munkaképes kor meghosszabbítása, csökkenti a nyugdíjasok arányát, csökkentve a nyugdíjkiadásokat, a rendszer hiányt, és az adósság állományt. Növeli az aktív dolgozók számát, pozitív hatást gyakorolva a teljes kibocsátásra és az adófizetők számára. Viszont hasonló eredményekre jutott, ha a kormány úgy dönt, hogy csökkenti a nyugdíjjárulékot (Bazzana 2020). Boado-Penas és mtsai (2020) szintén tárgyalják ezt a javaslatot. Ami viszont komoly társadalmi problémákhoz vezetne, a társadalom idős korosztályának elszegényedését és egy gazdasági szakadék kialakulását eredményezve a társadalom aktív és inaktív népessége között. Harmadik megoldásként, a hiánycsökkentés a munkajövedelmek magasabb adóztatásával is elősegíthető (Bazzana 2020).

### 1.2.2. Aurelio Sidoti, és Rocco Aprile (2000) módszertana

Aurelio Sidoti, és Rocco Aprile (2000) az olasz nyugdíjrendszer előrejelzési modelljében a következő módszertani megközelítést alkalmazza.

A nyugdíjrendszer hasznélvezőinek számának előrejelzését a következő képlet alapján számítják ki:

$$\underbrace{m_{t,s,x,f}}_{\text{tagok}} = \underbrace{m_{t-1,s,x-1}}_{\text{tagok}} \underbrace{\varphi_{t-1,s,x-1}}_{\substack{\text{túlélés} \\ \text{valószínűsége}}} \times \underbrace{T_{t-1,s,x-1,f}}_{\substack{\text{átmeneti} \\ \text{mátrix}}} + \underbrace{e_{t,s,x,f}}_{\text{belépők}} \quad \forall_{s,f, 15 \leq a \leq \omega} \quad (15)$$

Minden egyes nemre (s), életkorra (x) és alapra vonatkozóan (f):  $m_{t,s,e}$  a biztosított eloszlások a különböző államok által az év végén t ("idő"),  $\varphi_{t,s,e}$  a túlélés valószínűsége t időpontban,  $e_{t,s,e}$  az adott évben nyugdíjrendszeri belépők számát jelöli, (a t,s,e sorvektor csak az első néhány évben tartalmaz nem-null értékeket).  $T_{t,s,a}$  pedig az átmenet valószínűségeinek mátrixa, amely a t-1 időpontban a tervben szereplő és a t időpontban még élő tagok állapotában bekövetkező változásokat tartalmazza.

$$e_{t,s,x,f} = \max[g_f(L_{t,s,x}) - g_f(L_{t-1,s,x-1}); 0] \quad \forall_{s, 15 \leq e \leq 42} \quad (16)$$

A nyugdíjrendszerbe t időpontban újonnan belépők kor és nem szerint egyenlő a foglalkoztatottak számának növekedésével megegyező (L az egyes foglalkoztatott generáció egy éven belüli létszámának növekedése). Az L komponenszt a következőképpen számítják ki a v részvételi rátát és az u munkanélküliségi rátát alkalmazzuk az előre jelzett Pop népességre. Másképpen fogalmazva, az új belépők száma a következő egyenlet szerint számítjuk ki:

$$\underbrace{L_{t,s,x}}_{\text{foglalkoztatottak}} = \underbrace{Pop_{t,s,x}}_{\text{népesség}} \underbrace{v_{t,s,x}}_{\text{részvételi ráta}} (1 - \underbrace{u_{t,s,x}}_{\text{munkanélküliségi ráta}}) \quad (17)$$

### 1.3. Bellman-egyenlet, dinamikus programozás

A Bellman-egyenlet a dinamikus programozás módszerének a kidolgozója Richard Ernest Bellman, amerikai alkalmazott matematikusnak nevéhez fűződik. Az egyenlet, egy adott időpontban egy döntési probléma "értékét" írja le néhány kezdeti választásból származó nyereségy és a fennmaradó döntési probléma "értéke" összegeként, amely e kezdeti döntésekből adódik. A dinamikus optimalizálási problémát, egyszerűbb részproblémák sorozatára bontja (Kirk 1970).



Alkalmazása a mérnöki irányításméletben és az alkalmazott matematika területén kezdődött, hiszen ezen területek kutatási kérdései sok esetben többlépcsős optimalizálási problémaként (Multi-Stage Optimization Problems, MSOP) fogalmazhatók meg, mint például optimális akkumulátor-ütemezés, a fogyasztók villanyszámláinak minimalizálása (Jones és Peet 2017), energiaoptimális sebességtervezés közúti járművek számára (Zeng és Wang 2018), a gyártórendszerek optimális karbantartása (Liu, Dong, Lv, és Ye 2019), valamint útvonaltervezés (Jones és Peet 2021) is. Napjainkra viszont a Bellman-egyenlet közgazdaságtan fontos eszközévé vált. Martin Beckman és Richard Muth amerikai közgazdászok alkalmazták úttörőként, a közgazdaság területén először, a Bellman-egyenletet (Beckmann és Muth 1954). Beckman fogyasztásmélettal kapcsolatos kutatásai során használta fel Richard Bellman eredményeit. Később 1973-ben publikált cikkével Robert C. Merton komoly elismerést szerzett a Bellman-egyenlet számára a közgazdaságtudomány területén. Tudományos cikke az intertemporális tőkeeszköz-árképzési modellről szolt (Merton 1973). Melyben a mai és jövőbeli jövedelem, illetve tőkenyeresség között döntenek a befektetők (Merton 1973).

A Bellman-egyenlet kifejezés általában a diszkrét idejű optimalizálási problémákhoz kapcsolódó dinamikus programozási egyenletre utal. Hiszen folyamatos idejű optimalizálási problémák esetén az analóg egyenlet, egy parciális differenciálegyenlet, amelyet Hamilton-Jacobi-Bellman-egyenletnek neveznek.

A következőkben bemutatom a dinamikus programozási feladat jellemzőit, melyet Hillier és Lieberman (1994) nyolc pontban fogalmaz meg. Szemléltetéseként a postakocsi-probléma modelljét használom. Az egyes jellemzőket általánosan, illetve a nyugdíjrendszer dinamikus programozási feladatának esetében is tárgyalom, az utolsó pontban pedig a Bellman-egyenletet is bemutatom.

1. A vizsgált probléma részekre bontható, az így létrehozott szakaszokra vonatkozóan szükséges egy stratégiai döntés meghozatala, a döntések pedig összefüggőek (Hillier és Lieberman 1994). A nyugdíjrendszer értelmében a nyugdíjrendszer állapotát a nyugdíjrendszeri egyenleg fejezi ki, ami minden évben összefüggésben áll a stratégiai döntésekkel. Az évek jelentik esetünkben tehát a szakaszokat, amire a politikai döntéshozók döntéseikkel hathatnak az egyenleg eredményére.
2. A szakaszokhoz állapotok társulnak, ezek a várható körülményeket jelentik. Esetünkben azt adjuk meg, hogy a változók milyen intervallumban, mozoghatnak az adott évben.
3. Egy szakaszban meghozott döntés hatására új állapotba kerül az adott szakasz. A következő szakasz pedig ebből az új állapotból indulhat ki. A dinamikus programozás problémáját megfogalmazhatjuk ez által a hálózatok nyelvén, tehát minden csomópont egy állópontnak felel meg. A nyugdíjrendszer esetében egy adott évben meghozott stratégiai döntés hatására a rendszer változói módosulnak, a következő évben pedig ebből az új állapot alapján kell ismét a döntéseket meghozni.
4. A feladat lényege az optimális stratégia kiválasztása, megtalálása az adott problémára vonatkozóan, fontos, hogy minden egyes lépés esetében, minden szakaszra vonatkozóan a

legoptimálisabb stratégiai döntést hozzuk. Esetünkben minden évben a kitűzött nyugdíjrendszeri célt optimálisan kell teljesítsük a paramétereink változtatásával. Nem csupán az utolsó év a fontos, hanem a teljes folyamat.

5. A jelenlegi szakaszra vonatkozó döntések függetlenek az előző döntésektől. Fontos viszont, hogy a jelenlegi állapot tartalmazza azokat az ismereteket (eddigi döntéseket és azok eredményeit) amelyek hatékonyan hozzájárulnak a további optimális lépésekhez. Ez a Markov tulajdonság, amit optimumelvként is említhetjük. Tehát adott évben a nyugdíjrendszerre vonatkozó optimális döntés csak az aktuális állapottól függ.
6. A megoldás folyamata visszafelé kezdődik, tehát először a utolsó szakaszra vonatkozóan határozzuk meg az optimális stratégiát. 2032-re meghatározzuk azokat a döntéseket, amik optimalizálják a célfüggvényünket.
7. Rekurzív összefüggésben meghatározásra kerül az optimális stratégiát az n-ik szakaszon, abban az esetben, ha (n+1)-ik szakaszon már ismert. Ennek ismeretében a postakocsi-probléma esetében a következő összefüggés írható fel.

$$f_n^*(s) = \min\{c_{sx_n} + f_{n+1}^*(x_n)\} \quad (18)$$

1 időpont döntésproblémája:  $x_1 = T(x_0, a_0)$

A problémát átírhatjuk az értékfüggvény rekurzív definíciójaként:

$$V(x_0) = \max\{F(x_0, a_0) + \beta V(x_1)\} \quad a_0 \in T(x_0), x_1 = T(x_0, a_0) \quad (19)$$

A Bellman-egyenlet:

$$V(x) = \max\{F(x, a) + \beta V(T(x, a)) : a \in T(x)\} \quad (20)$$

8. A rekurzív összefüggés alapján, a megoldási folyamat állapotról-állapotra visszafele halad, az optimális stratégia kiválasztásával minden egyes állapotra, addig a pontig, míg megtaláljuk a kezdeti állapotból induló optimális stratégiát. A nyugdíjrendszer esetében a kezdeti állapot a 2022-es év, a rekurzív összefüggés alapján viszont visszafele 2040-től, F(18) haladunk 2022-ig, F(0) olyan optimális stratégiai megoldásokat választva, amely visszavezet a kezdeti nyugdíjrendszeri állapothoz.

## 2. Anyag és módszer

Az eddigiekben bemutatott nyugdíjrendszerre ható paraméterekre vonatkozóan egyre jobb előrejelzések készülnek, melyekből kiindulva szimulálhatóvá válik a jövőbeli nyugdíjpolitikai döntések hatása a fenntarthatóságra, nyugdíjrendszer egyenlegére, illetve konkrétan meghatározhatók az optimális állapothoz szükséges reformok.

Dinamikus nyugdíjmodellünkben három komponens változtatásával próbáljuk az  $n$ -dik évre optimális pályán elérni a kívánt megjelölt célt. A komponensek a következők: járulékszint  $T_n$ , bruttó országos átlagbér  $\bar{S}_n$ , valamint nyugdíjkorhatár nők  $arn_n$ , és férfiak  $arf_n$  esetében külön-külön.

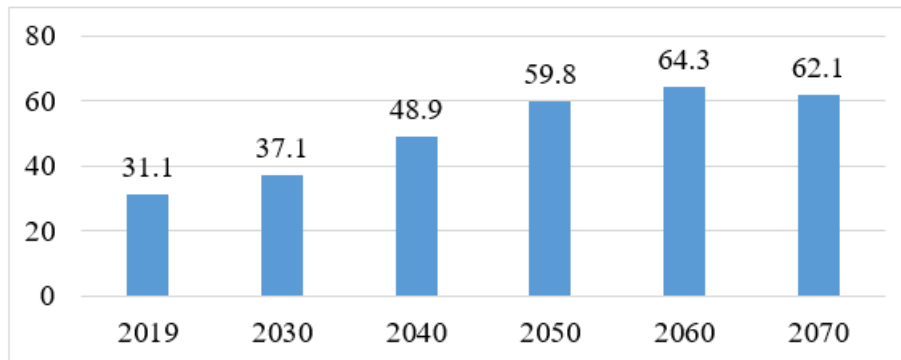
A későbbiekben bemutatott egyenletekben fellelhető további változókat szekunder adatforrásból származó adatokkal helyettesítjük, jelezzük előre. Minden  $n$  időszakban, a népességet életkor szerint felosztjuk három részre fiatal korosztály  $YP_n$ , munkaképes korú népesség  $WP_n$ , és idős korosztályra  $OP_n$ . A munkaképes korú népesség esetében elkülönül a foglalkoztatottak és munkanélküliek csoportja. A modellben kötelező, felosztó-kirovó (PAYG) nyugdíjrendszert feltételezünk. Az államháztartás a nyugdíjrendszert a következő forrásokból finanszírozza társadalombiztosítási hozzájárulás, és deficit esetén, ha a Nyugdíj és Társadalombiztosítási Pénztár nem tudja hiányát a tartalékalapból fedezni állami szubvenció lehívására kerül sor, tehát a központi költségvetésből kerül finanszírozásra (Vallasek 2015).

A dinamikus programozási feladat megoldása során a program elindul az  $n$ -dik, utolsó kitűzött évtől visszafele és optimális pályán, optimális állapotba keresi az útvonalat az első év állapota fele. Az első évben a 2022-es helyzetből kiindulva programozzuk be a bemenő paramétereket, nyugdíjkorhatár értelmében  $arn_1=63$  év,  $arf_1=65$  év, járulékszint  $T_1=21,25\%$ , a bruttó országos átlagbér értéke  $\bar{S}_1=6095$  lej, az átlagnyugdíj  $\overline{PP}_1=1771$  lej, foglalkoztatottak száma  $C_1=5664030$  személy. A népességre vonatkozóan kiindulunk a 2021-es évből és kalkulálva az elhalálozási arányokkal, megkapjuk a populáció három részét, fiatal korosztály  $YP_1$ , munkaképes korú népesség  $WP_1$ , és idős korosztály  $OP_1$ . Ezeket az értékeket felhasználva megkapjuk az első állapotot, a hozzá tartozó nyugdíjrendszeri egyenleggel  $BAL_1$ , aminek számítási módját a következőkben részletesen tárgyaljuk. A program a továbbiakban tehát visszafele,  $n=1$  év fele halad olyan optimális pályát választva, ami minimalizálja a későbbiekben bemutatandó büntetőfüggvényünket minden évben, meghatározva a járulékszint  $T_n$ , bruttó országos átlagbért  $\bar{S}_n$  valamint nyugdíjkorhatárt nők,  $arn_n$  és férfiak  $arf_n$  esetében külön-külön, eljutva a maival tökéletesen egyező állapotig. A büntetőfüggvény súlyozva tartalmazza a, normalizált változó paramétereinket, a nyugdíjkorhatárt a két nem esetében, járulékszintet, bruttó országos átlagbért és a nyugdíjrendszer egyenlegét. Ennek a négy paraméternek a normalizált alakjával megadjuk a büntetőfüggvényt. A büntetőfüggvény értéke megmutatja, hogy a társadalmi jólétet milyen mértékbe csorbul. A büntetőfüggvényben lévő változók a döntéshozók véleményét modellezik. A súlyok nagysága e négy paraméter fontossági sorrendjét mutatják.

### 3. Eredmények és értékelésük

#### 3.1.1. Populáció

A népességre vonatkozó mutatószámok a legfontosabb bemenő adatai a modellünknek, hiszen kiemelkedő szerepet játszanak az emberi életpálya finanszírozási kérdéseiben, a nyugdíjrendszer esetében (Simonovits 2002).



#### 4. Ábra: Időskorú függőségi ráta 2019-2070

(Forrás: Saját szerkesztés, Európai Bizottság által kiadott elemzés alapján 2022)

Romániai népessége jelenleg fiatalabb, mint az Európai Unió átlag, népességének 18,7%-a tartozik a 65 és 65 évnél idősebbek csoportjába, míg az EU esetében 20,4%-os arányról beszélhetünk (European Commission 2020). Az előregedési folyamat viszont Romániát hangsúlyosabban fogja érinteni, mint az EU-s átlagot közép, hosszú távon, 2070-re lakosságának 31,5%-a az idős korúak csoportját képezi, míg az EU 30,3%-a. Ezt a dinamikát megfigyelhetjük az időskorú függőségi ráta alapján (OADR) is, ami Hyndman és mtsai (2021) dinamikus modelljének központi elemét képezte.

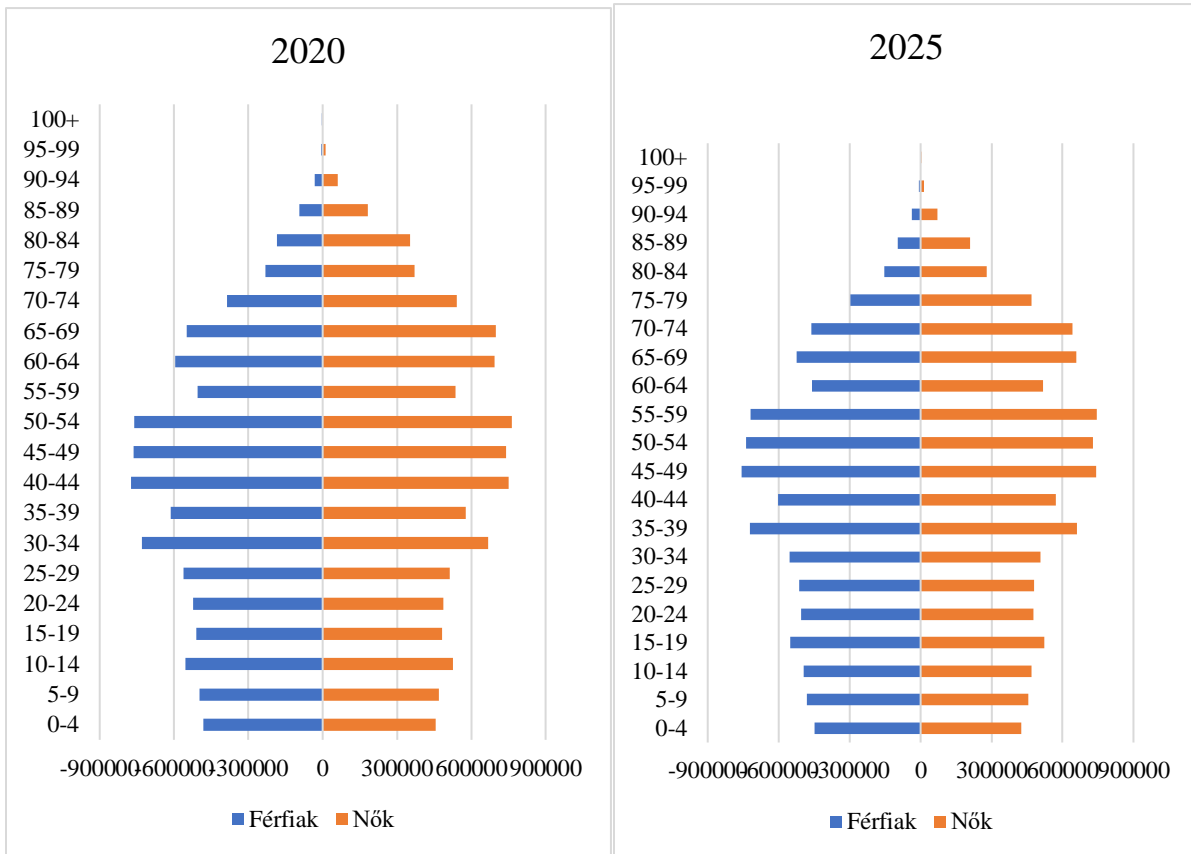
#### 2. Táblázat: Várható élettartam alakulása 2019-2070

(Forrás: Saját szerkesztés, Európai Bizottság által kiadott elemzés alapján 2020)

Várható élettartam	2019	2030	2040	2050	2060	2070
Férfiak	71.9	74.9	77.2	79.5	81.6	83.5
Nők	79.5	81.6	83.5	85.3	87	88.5

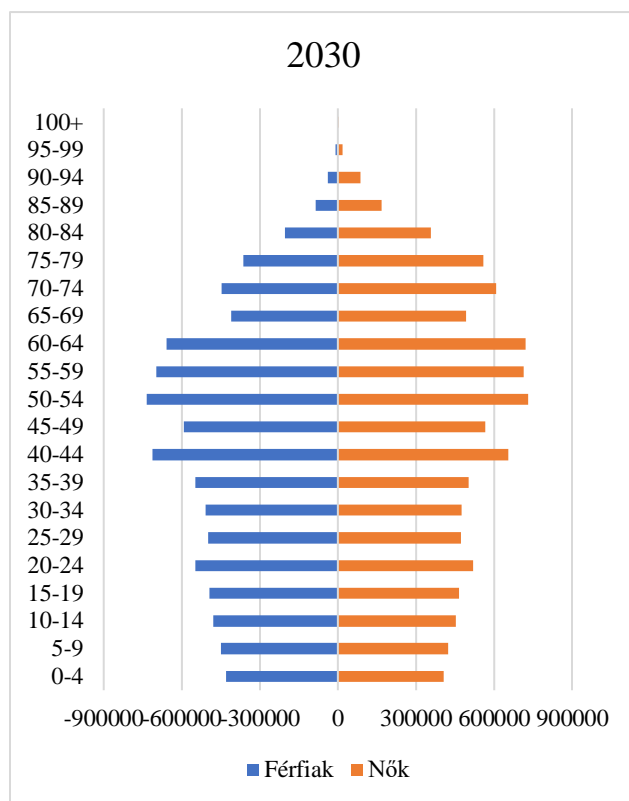
Az időskorú függőségi ráta (3. ábra) értelmében 2019-ben az EU-s érték 34,4 míg a Romániában 31,1, tehát egy nyugdíjas jut három 20-64 éves korúra. Viszont az idős korosztály arányának szignifikáns növekedése következménye képpen 2070-re az EU-ban 59,2 Romániában rosszabb 62,1-es arány várható. Egy nyugdíjas jut két 20-64 évesre.

Továbbá a várható élettartam (2. táblázat) is dinamikusan növekszik, modellünk szempontjából érdekes 2030-as évre 4%-kal nő a férfiak és 3%-kal a nők várható élettartama, de a nemek közötti szignifikáns eltéréseket is érdemes megemlítenünk a várható élettartam értelmében.



4. Ábra: Korfa 2020, 2025

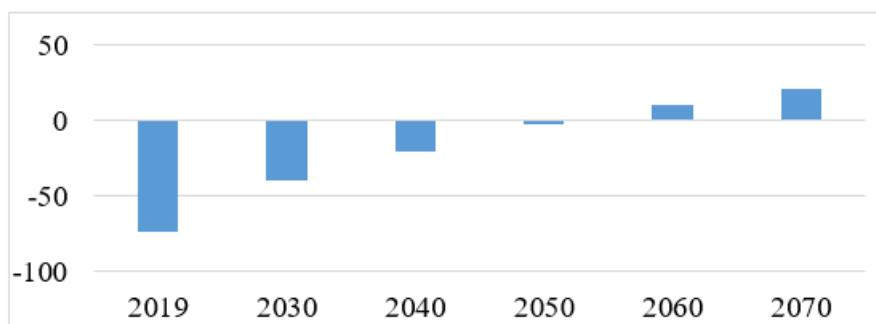
(Forrás: Saját szerkesztés, [www.populationpyramid.net](http://www.populationpyramid.net) oldal alapján 2022)



**5. Ábra:** Korfa 2020, 2025

(Forrás: Saját szerkesztés, [www.populationpyramid.net](http://www.populationpyramid.net) oldal alapján 2022)

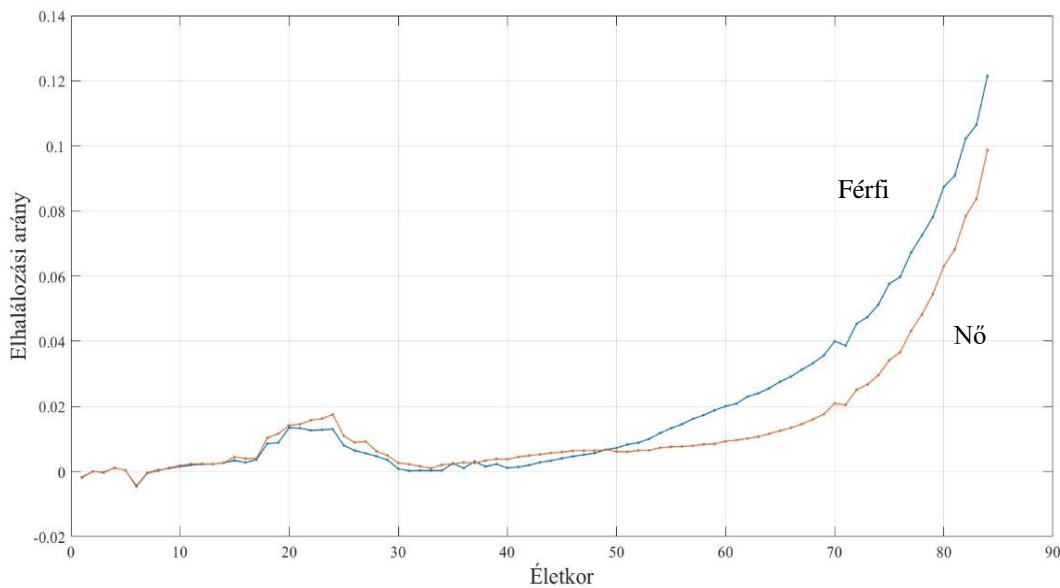
A demográfiai változásokat a legjobban a korfa szemlélteti (4. ábra, 5. ábra). Alakját tekintve előregedő népességre utaló urna alakot vesz fel. Modellünk mivel az elkövetkező tizenöt évre irányul így a 2020-as jelenlegi, 2025 és 2030-as helyzetet tartottuk fontosnak bemutatni.



**6. Ábra:** Nettó migráció 2019-2070

(Forrás: Saját szerkesztés, Európai Bizottság által kiadott elemzés alapján 2022)

A globalizált társadalmunkra igencsak jellemző migráció, fontos eleme a népességre vonatkozó mutatószámoknak.



### 7. Ábra: Elhalálási arány

(Forrás: Saját szerkesztés, INSSSE népességi adatai alapján 2022)

Az előrejelzések alapján míg napjainkban igen magas 73.500-as értékkel számolhatunk, 2030-ra mérséklődik 40.000-re a kivándorlás. 2060-ra viszont már bevándorlással kalkulálhatunk (European Commission 2020).

Dinamikus modellünk esetében szükségszerű a népesség konkrét évenkénti számának becslése minden egyes életkor esetében. Erre vonatkozó poszt adatok esetében a nemzeti statisztikai oldal adataival dolgoztunk. 2013-2021-es népességi adatokból kinyertük a népesség életkoronkénti változásának, elhalálási arányát, hiszen direkt korreláció van az évek között. Ezen információ alapján pedig előrejelezzük a népesség jövőbeli alakulását. Továbbá Holt módszerét alkalmazva konkrét előrejelzéseket is készítettünk a népesség alakulására vonatkozóan.

Az eddigiekben láthattuk, hogy a nemenként igen eltérő a várható élettartam, illetve jelenleg még a nyugdíjkorhatár is. E miatt fontosnak tartottuk, hogy a modellbe a férfiakat és a nőket külön kezeljük (7. ábra) és az elhalálási arányokat is így külön kiszámoljuk. Érdekes a népesség változás esetében viszont, hogy 20 éves kort követően lokális maximumponttal találkozunk melynek hátterében a migráció, kivándorlás állhat.

### 3.1.2. Modell bemutatása

A következőkben bemutatjuk, hogy milyen összefüggések alapján épül fel a modell, és hogyan kapcsolódnak össze a paraméterek. A nyugdíjrendszer bevételi oldalának meghatározásával kezdjük.

$$REV_n = C_n * T_n * \bar{S}_n * 12 \quad (21)$$

Ahol  $REV_n$ -bevételi oldal az  $n$ -edik évben,  $C_n$ -hozzájárulók száma  $n$ -edik évben,  $T_n$  járulékszint az  $n$ -edik évben,  $\bar{S}_n$ -bruttó országos átlagbér az  $n$ -edik évben. Jelenleg érvénybe levő törvényi keretek értelmében a társadalombiztosítási hozzájárulás mértéke 25%<sup>1</sup> melyből 3,75% a II. pillérbe tartozó, kötelező magánnyugdíj alapokba kerül tőkésítésre. Az I. pillér esetében így 21,25%-os értékkel számolhatunk. A 2022 március 16-án elfogadott sürgősségi kormányrendelet alapján a kötelező magánnyugdíjba történő tőkésítés értéke a bruttó bér 4,75%-ra növekszik 2024 januárjától. Emiatt ha  $n \geq 2024$   $T_n = 20,25\%$ . Továbbá aktualitással bír a társadalombiztosítási járulék csökkentésének kérdése. Hiszen törvénymódosító tervezetet nyújtottak be a parlamentben. 5 százalékponttal történő csökkentést indítványoz a PNL, amivel diszkriminációmentesen minden alkalmazott nettó bérét szeretné növelni, a jelenlegi magas infláció kompenzációjaképpen.

$$\text{Korlátozó feltétel: } 15\% \leq T_n \leq 30\% \quad (22)$$

318/2021-es törvény szerint a 2022-es állami társadalombiztosítási költségvetés alapjául szolgáló bruttó országos átlagbér 6095 lej. A post trendeket megvizsgálva meghatároztuk a tényező felső korlátját is.

$$\text{Korlátozó feltétel: } 6095 \leq \bar{S}_n \leq 10000 \quad (23)$$

$$EXP_n = P_n * \overline{PP}_n * 12 \quad (24)$$

$EXP_n$  a kiadási oldal az  $n$ -edik évben,  $P_n$ -nyugdíjasok száma  $n$ -edik évben,  $\overline{PP}_n$ -országos átlagnyugdíj értéke az  $n$ -edik évben.

$$P_n = OP_n * rr_n \quad (25)$$

$P_n$ -nyugdíjasok száma  $n$ -edik évben,  $OP_n$  az időskorú népesség az  $n$ -edik évben,  $rr_n$  a nyugdíjba vonulási arány %-os értéke.

$$OP_n = \sum_{ar_n}^{a_{max_n}} Pop_n \quad (26)$$

Az  $OP_n$ -időskorú népesség az  $n$ -edik évben, a  $Pop_n$  népesség az  $n$ -edik évben,  $ar_n$  a nyugdíjkorhatár, a  $max_n$  a legmagasabb életkort jelöli az adott  $n$  évben.

$$Pop_n = (YP_n + OP_n + WP_n) \quad (27)$$

---

<sup>1</sup> 21,25% az építőipari ágazatban dolgozó munkáltatók, akik megfelelnek a 60. cikk 5. pontjában előírt feltételeknek



Minden  $n$  időszakban, a népességet életkor szerint felosztjuk három részre fiatal korosztály  $YP_n$ , munkaképes korú népesség  $WP_n$ , és idős korosztályra  $OP_n$ .

Mivel szignifikáns különbség tapasztalható a női és férfi nyugdíjkorhatár, várható élettartam, elhalálozási arányszámok között, így az  $ar_n$ -el jelölt nyugdíjkorhatár két részre válik  $arf_n$  férfi és  $arn_n$  női nyugdíjkorhatárra. Ahogy a  $Pop_n$ -en belül is elkülönülve számolunk majd a két nem értelmében, férfi  $OPM_n$  és női  $OPF_n$  populáció, így a következő egyenletekhez jutunk:

$$OPf_n = \sum_{arf_n}^{a \max_n} Popf_n \quad (28)$$

$$OPn_n = \sum_{arn_n}^{a \max_n} Popn_n \quad (29)$$

$$OP_n = OPf_n + OPn_n; \quad Pop_n = Popf_n + Popn_n \quad (30)$$

$$\overline{ar}_n = \frac{Pfn}{P_n} * arf_n + \frac{Pnn}{P_n} * arn_n \quad (31)$$

$$\text{Ha } ar_n > ar_{n-1} \text{ akkor } C_n = C_n + k * (\sum_{arf_{n-1}}^{a \max_n} Popf_n - \sum_{arf_n}^{a \max_n} Popf_n) \quad (32)$$

Abban az esetben tehát, ha nő a nyugdíjkorhatár  $ar_n$ , akkor ez a hozzájárulók számát  $C_n$ -t is befolyásolhatja  $k$  %-os mértékben (az előző nyugdíjkorhatár és új nyugdíjkorhatár közöttiek %-os aránya aki hozzájáruló lesz). Hívhatjuk ezt az összefüggést a nyugdíjkorhatár változtatásának nyereseményeként is.

$$\text{Ha } arf_n > arf_{n-1} \text{ akkor } Cf_n = Cf_n + k * (\sum_{arf_{n-1}}^{a \max_n} Popf_n - \sum_{arf_n}^{a \max_n} Popf_n) \quad (33)$$

$$\text{Ha } arn_n > arn_{n-1} \text{ akkor } Cn_n = Cn_n + k * (\sum_{arn_{n-1}}^{a \max_n} Popn_n - \sum_{arn_n}^{a \max_n} Popn_n) \quad (34)$$

$$C_n = Cf_n + Cm_n \quad (35)$$

$$\text{Korlátozó feltétel: } 63 \leq ar_n \leq 70; \quad 65 \leq arf_n \leq 70; \quad 63 \leq arn_n \leq 70 \quad (36)$$

$$\overline{PP}_n = \begin{cases} \overline{PP}_{n-1} * [i_n + 1 + \left( \left( \frac{S_n}{S_{n-1}} - 1 \right) * r \right)], & n \leq 2030 \\ \overline{PP}_n = \overline{PP}_{n-1} * [i_n + 1], & n > 2030 \end{cases} \quad (37)$$

$$\text{Ha } n \in [2022; 2030]; \quad r = 0,5 - (0,05 * (n - 2021)) \quad (38)$$

A törvényi keretek megkívánták, hogy az országos átlagnyugdíj kiszámításához két képletet alkalmazzunk, két időtávra. Hiszen 263/2010-es törvény IV fejezetének, 6. részének értelmében a nyugdíjpontértéket évente 100%-os mértékben kell növelni az infláció nagyságával, valamint 50%-al az országos bruttó átlagbér tényleges, reálértelemben vett növekedési értékével. A törvény azt is kimondja, hogy 2021-re már a az országos bruttó átlagbér tényleges, reálértelemben vett növekedése értékének 45%-át kell figyelembe venni. 2022-re 40%-ot, és minden évben 5%-al kevesebbet. 2030-ra így csupán az infláció mértékével nőnek majd a nyugdíjak. Megóvva a rendszer

haszonélvezőit az infláció miatti vásárlóerő csökkenésből adódó, elszegényedéstől (Simonovits 2016). Ezt a törvényes leírást tartalmazza a (36), (37) képlet.

A  $BAL_n$ -a nyugdíjrendszeri egyenleget jelöli az  $n$ -edik évben. Ez a bevételi és kiadási komponensek különbségéként értelmezhető.

$$BAL_n = REV_n - EXP_n \quad (39)$$

A modell lényege az optimalizálás, amit egy célfüggvény minimalizálásával oldhatunk meg. A büntető függvény, ahol a nyugdíjkorhatár a két nem értelmében, a hozzájárulási szint, bruttó országos átlagbér és a nyugdíjrendszer egyenlege változók normalizált formában találhatóak meg az AF, AN, B, C, és D együtthatókkal. A függvény büntet, ha a hozzájárulási szint, bruttó országos átlagbér és a nyugdíjrendszer egyenlege változók nem teljesítik, a következő feltételeket viszont jutalmazza a túlteljesítést.

Feltételrendszer:

$$\begin{cases} f(1) & arn_n \leq 70 \\ f(2) & arf_n \leq 70 \\ f(3) & T_n \leq 21,25\% \\ f(4) & \bar{S}_n \leq 5000 \\ f(5) & BAL_n \geq 0 \end{cases} \quad (40)$$

$$F_n = \left\{ AN * \left( \frac{arn_n - 70}{arn_1} \right) + AF * \left( \frac{arf_n - 70}{arf_1} \right) + B * ((T_n - T_1)/T_1) + \right. \\ \left. + C * \left( \frac{\bar{S}_n - 5000}{5000} \right) + D * \left( \frac{BAL_n}{BAL_1} \right) \right\} \quad (41)$$

Célfüggvényt a Bellman-egyenlet formájában az alábbi összefüggés adja meg:

$$F_{n-1}^* = \min\{F_n + F_n^*\} \quad (42)$$

Ahol  $F_n^*$ , a büntetőfüggvény minimuma az  $n$  lépéstől az utolsó lépésig tartó szakaszokra vonatkozóan.

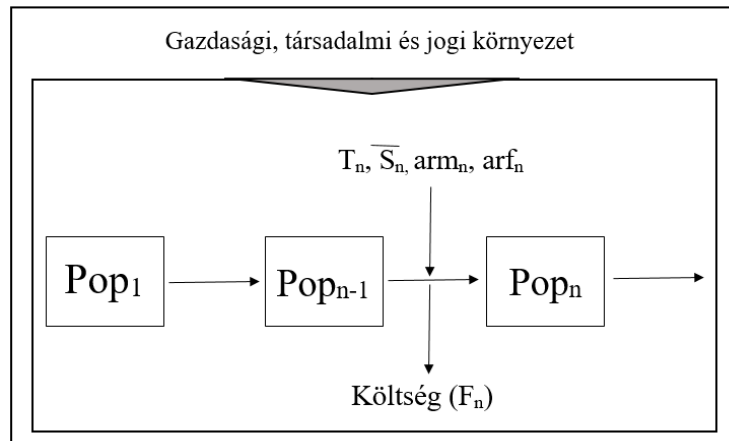
Célunk az optimalizálási feladat megoldása.

$$\begin{cases} F_1 \rightarrow \min \\ BAL_n \leq BAL_{2022} + BAL_{2022} * \alpha \end{cases} \quad (43)$$

Az egyenleg esetében a bevezetett  $\alpha$  szorzótényező megadja, hogy a 2022-es hiányhoz képest hány százalékkal nőhet a hiány mértéke. Az egyes évek közötti átmenetet a felsorolt változók alapján határozhatjuk meg:

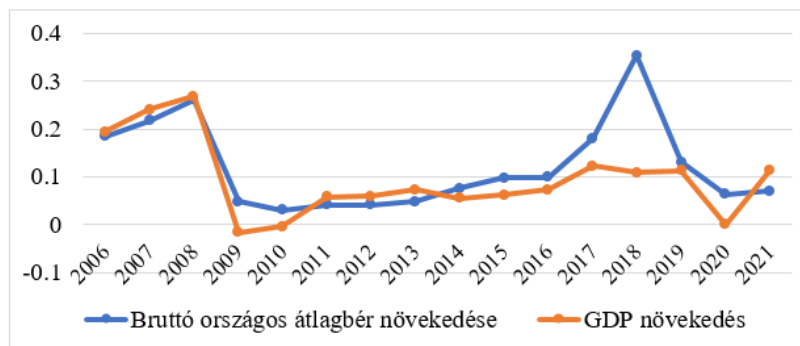
$$\begin{cases} F_n = F_n(arn_n, arf_n, T_n, \bar{S}_n, Pop_{n-1}) \\ BAL_n = BAL_n(arn_n, arf_n, T_n, \bar{S}_n, Pop_{n-1}) \end{cases} \quad (44)$$

A populáción belüli átmenet a (27) egyenletben tárgyalt hármás felosztás alapján történik.



8. *Ábra:* A nyugdíjrendszer dinamikus modellje (Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

Életszínvonalbeli, illetve pénzügyi szempontokból fontos a büntetőfüggvény. A büntetőfüggvényen belüli meghatározó komponensek súlyaira vonatkozó döntést több szempontból is megközelíthetjük, a szerint, hogy milyen stratégiát szeretnénk kitűzni. Különböző prioritási sorrendeket alkothatunk. Prioritási sorrendünkben meghatározó lehet bármelyik paraméter, hiszen a nyugdíjkorhatár esetében fontos, hogy ne haladja meg a várható élettartam dinamikáját, továbbá az egyén hozzájárulás mértéke is komoly felháborodást kelthet az aktív népesség körében, csökkenve ez által a nettó bért, változatlan bruttó bér mellett. Az országos bruttó átlagbér növekedése is korlátos, és összefügg a GDP növekedési ütemével, amit növelni viszont költséges az államháztartás szempontjából. Az országos átlag bruttó bér és GDP kapcsolatának vizsgálata viszont önmagában nagyon érdekes, hiszen 2005-2021 időszakban vizsgálva 0,9796 korrelációs összefüggést kapunk, amit sejthető is volt. A kettő közötti kapcsolat egy harmadfokú egyenlettel írható le ( $y = 7.8371x^3 - 100068x^2 + 5E+08x - 2E+11$ ),  $R^2 = 0,9941$  determinációs együtthatóval. Ugyanezen időszakban viszont, ha a két mutató évenkénti növekedésének ütemét hasonlítjuk össze már 0,714-es korrelációs összefüggéshez jutunk.



9. *Ábra:* GDP és Bruttó országos átlagbér növekedési üteme

(Forrás: Saját szerkesztés, INSSE adatai alapján 2022)

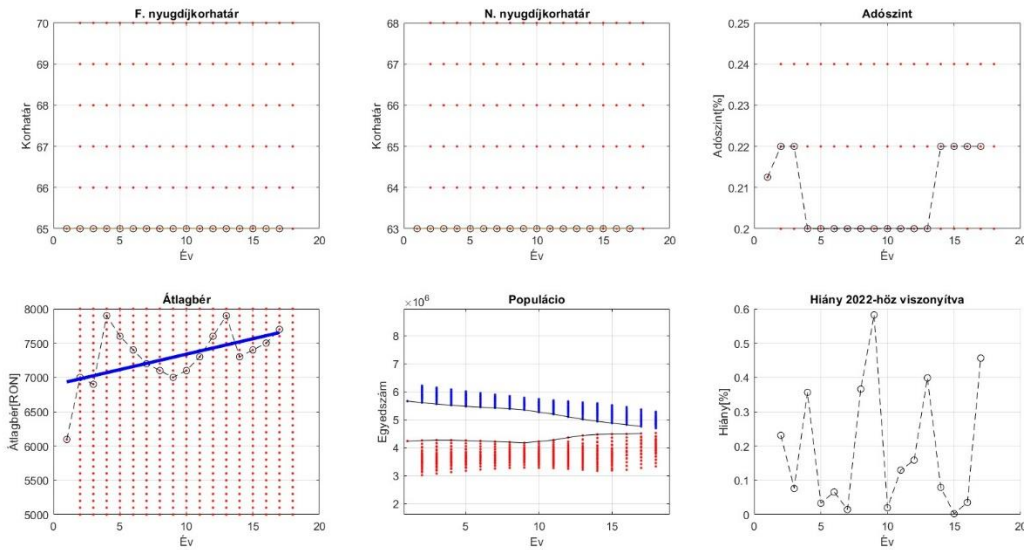
Ez az eltérésnek a gazdasági oka, hogy a bruttó országos átlagbér növekedése 2013-at követően fokozatosan levált a GDP növekedési ütemétől illetve azt meghaladta. 2018-ban viszont a szignifikáns kiugrás oka a 79/2017 Sürgősségi Kormányrendelet amely a 227/2015 számú törvény módosításául, kiegészítéséül szolgált, megváltozott a munkabérrre vonatkozó rendelkezés, hogy milyen költségek hárulnak a munkáltatóra illetve a munkavállalóra, milyen komponenseket tartalmaz a bruttó bér. A törvénymódosítás következményeképpen a munkavállaló kötelezettsége a nyugdíjjárulék befizetése teljes mértékben, míg a munkaadónak az aspektust tekintve visszatartási és folyósítási kötelezettséget kell vállalnia (Vallasek 2018). A 2019-2020-as évek esetében érzékelhető volt a dinamika csökkenése az egészségügyi krízis okozta válság eredményeként. 2021-re viszont ismét a GDP növekedést meghaladó mértékű növekedéssel számolhatunk, ami várhatóan folytatódni fog. Ötödik és egyben utolsó összetevő a nyugdíjrendszeri egyenleg, ami konkrét költséget jelent az államháztartásnak, megterhelve annak költségvetését.

### 3.2. Elkészített nyugdíjmodell elemzése

Dinamikus nyugdíjmodellünk megvalósításához a MATLAB programozási környezetet alkalmaztuk. Egy speciális programrendszerrel beszélhetünk, ami numerikus számítások elvégzésére van kifejlesztve és egyben programozási nyelv is. A MATLAB képes függvények és adatok ábrázolására, algoritmusok implementációjára és felhasználói interfészek kialakítására is. Esetünkben mivel a népességre vonatkozó mutatószámok a legfontosabb bemenő adatai a modellünknek a program elsőként előrejelzi a női és férfi populáció alakulását a hármas és négyes mellékletben szereplő 2010-2021-es népességi adatokból kiindulva. Évente elkülönítve a kiskorú népességet, munkaképes korosztályt és az idős populációt a nyugdíjkorhatárnak megfelelően. A program, az utolsó évtől kezdve visszafelé haladva az összefüggések alapján, betartva a korlátozó feltételeket meghatároz több lehetséges útvonalat a 2022-es állapot fele, majd a Bellman-féle egyenlet alapján (41. egyenlet), kiválasztja a legoptimálisabb megoldást, amely minimalizálja a büntetőfüggvényt, az éppen aktuálisan használt prioritási súlyokkal. A megoldást követően hat ábra segítségével szemléltetjük az optimális pályáját. Az ábrák a férfi és női nyugdíjkorhatár, hozzájárulási szint, átlagbér, populáció és a nyugdíjrendszeri hiány nagyságát szemléltetik reál értékben a 2022-es évhez viszonyítva. A piros pöttyök az ábrán a lehetséges megoldásokat, míg a feketével jelölt körök a megfelelő években az optimális szintet mutatják.

Elemzésünk során  $n=18$ , tehát tizennyolc évet vesszük figyelembe viszont az első tizenöt évet tanulmányozzuk, mivel a modellünk az utolsó évre csökkent a büntetőfüggvény értékét anélkül, hogy befolyásolná a többi változó paramétert.

A következőkben megvizsgáljuk, az egyes paraméterek érzékenységét a rendszeren belül. Tesszük ezt azért, hogy megtudjuk, hogy milyen érzékenyen mozog az egyik vagy másik paraméter, ha a



**10. Ábra:** 1. Szenárió, nyugdíjkorhatár mint legfontosabb változó

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

büntetőfüggvényen belüli együttthatóját kiemelten megnöveljük. A következőkben öt scenáriót mutatunk be. Fontos kiemelnünk, hogy modellünkben az értékek 2022-es reál értékben szerepelnek és minden esetben inflációval kell korrigálni a nominális szint meghatározásának érdekében, hiszen az infláció komoly kockázati tényező a nyugdíjrendszer esetében is (Søren 2017).

Első scenárióként (10. ábra) megvizsgáljuk, hogy mi történik, ha a nyugdíjkorhatár az elsődleges szempont, az együttthatók értékei a következők: AF=10, AN=10, B=1, C=1, és D=1. A nyugdíjkorhatárt tekintve a lehetséges megoldások közül az optimális szint 65 év férfiak, és 63 év nők esetében. Tehát minimális nyugdíjkorhatár szint mindkét nem esetében a teljes periódus alatt. Viszont csak a hozzájárulási szint, átlagbér, és nyugdíjrendszeri egyenleg változása vezet el az optimális állapothoz. 2023-2024-ben 22%-os adószint szükséges, majd 2025-2035-ig elegendő a 20%-os szint, 2035-öt követően szükségessé válik már a 22%-os hozzájárulás, tehát összességében a mai szintnél nem lépünk túl szignifikánsan, illetve lehetőség adódik, ha a döntéshozók úgy kívánják, a I.pillérbe történő folyósítás csökkentésére, plusz 2% folyósításra a II. pillérbe tíz éven keresztül. Az átlagbér esetében viszont sokkal hangsúlyosabb növekedés szükséges.

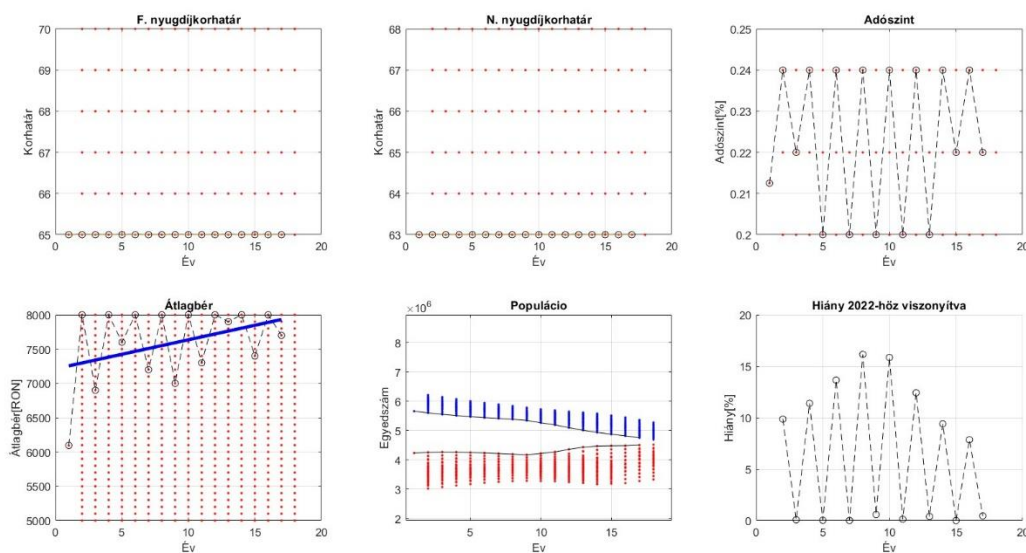
Trendvonalát tekintve átlagbér =  $44.9510 * (\text{év}-2021) + 6889.3$ , a determinációs együtttható  $R^2=0.5241$  értéket vesz fel. Tehát átlagosan évente 44,95 egységet kell növekednie a bruttó átlagbérenek. A bruttó országos átlagbér és hozzájárulási szint optimális útvonalát tekintve hasonló dinamikában mozog. Lokális maximumpontokat ér el 2025 és 2034-ben, 2022-es reál szinten, 8000 lej bruttó országos átlagbér értékkel. A populáció értelmében az optimális megoldás esetén, a nyugdíjasok száma növekszik, de ezzel egyidejűleg a foglalkoztatottak száma is, a munkaerőfelhasználás hatékony, maximálisan felhasznált, és az aktívok száma jóval magasabbnak

tekinthető mint a nyugdíjasoké. A hiány mértéke szignifikánsan visszaesik reálértelemben a mai állapothoz képest, hiszen lokális maximumban is 0,58%-os értéket vesz fel.

*Tehát ha a nyugdíjkorhatár változatlansága a fő nyugdíjszakpolitikai cél, akkor az országos átlagbérek reál értelemben vett növelése az optimális megoldás.*

Ehhez viszont dinamikusan fejlődő-növekvő gazdaság szükséges, javuló termelékenységi mutatókkal, magas éves GDP növekedési ütemmel, ami magával hozza az előzőkben tárgyalt összefüggés alapján a bruttó országos átlagbér növekedését is. Ez esetben továbbá a munkaerő oktatása kiemelkedő politikai cél kell legyen, hiszen az emberi tőkébe történő beruházással növelhető a munkabér (Schultz 1983), fontos viszont, hogy ez elsődlegesen a felnőttképzés területén történjen, mivel ők lesznek az elkövetkező 17 évben valóban aktív szereplői a munkaerőpiacnak.

Második scenárióként (11. ábra) megvizsgáljuk, hogy mi történik, ha a hiány minimalizálása a legfontosabb cél, az együtthatók értékei a következők:  $AF=1$ ,  $AN=1$ ,  $B=1$ ,  $C=1$ , és  $D=100$ . Ebben az esetben a nyugdíjkorhatár ismét változatlan marad, viszont a hozzájárulási szint minden második évben 22%-ról 24%-ra emelkedik majd 2036 és 2038-ban 22%-os értéket vesz fel. Az országos bruttó átlagbér növelésé még hangsúlyosabb szerepet kap az optimális állapot elérésében. Trendvonalát tekintve átlagbér =  $42.2549 * (\text{év}-2021) + 7213.5$  egyenlethez jutunk,  $R^2=0.3902$  determinációs együtthatóval. Hiszen tapasztalható egy évekénti növekvő majd csökkenő trendszerű mozgás. A populációban rejlő potenciál kihasználása maximális. A megcélzott hiány változó 16%-os szint alatt marad optimális szinten.



**11. Ábra:** 2. Szenárió, hiány minimalizálás mint legfontosabb változó

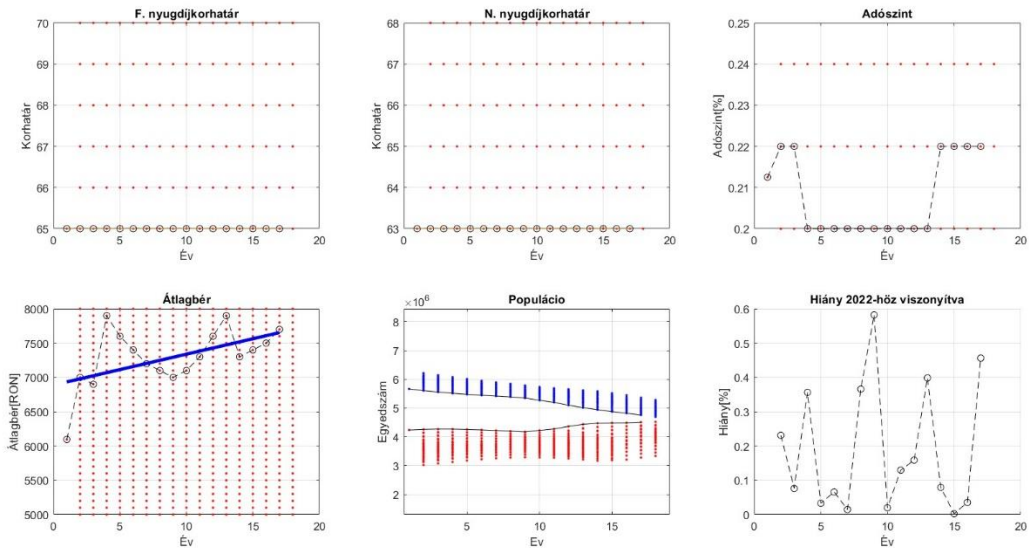
(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

Dinamikáját tekintve hasonló a megoldás az első scenárióhoz, a bruttó országos átlagbér reálszintű szignifikáns növekedése szükséges az optimális állapot eléréséhez.

Harmadik scenárióként (12. ábra) a hozzájárulási szint minimalizálását tűztük ki, mint elsődleges szempontot. Az együtthatók értékei ez esetben a következők:  $AF=1$ ,  $AN=1$ ,  $B=100$ ,  $C=1$ , és  $D=1$ .

Optimális esetben a nyugdíjkorhatár nem kell növekedjen egyik nem esetében sem. A hozzájárulási szint viszont 2023-2024-ben és 2026-2028 periódusban 22%-ot kell elérjen az optimális állapothoz. A bérek a lehetséges megoldásokból optimális megoldásként első scenárió állapotával megegyező dinamikát írnak le, ugyanazon egyenlethez és regressziós együtthatóhoz jutunk.

Összességében, ha az elsődleges szempont a hozzájárulási szint minimális szinten tartása, akkor az optimális állapotok megegyeznek az első scenárió (10. ábra) optimális szintjeivel, tehát két scenárió, de ugyanazon optimális pálya és optimális állapot.



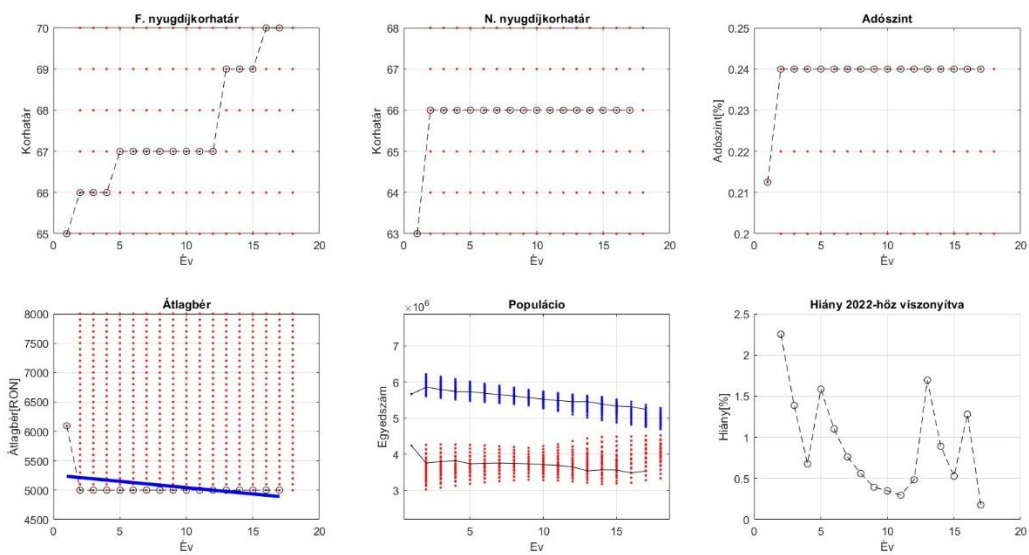
**12. Ábra:** 3. Scenárió, hozzájárulási szint minimalizálás

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

Negyedik scenárióként (13. ábra) a bruttó országos átlagbér minimális szinten tartását vizsgáltuk, mint legfontosabb összetevőt a büntető függvényen belül. Az együtthatók értékei ez esetben a következők:  $AF=1$ ,  $AN=1$ ,  $B=1$ ,  $C=100$ , és  $D=1$ . Ebben az esetben a bérek nem nőnek, reálszinten a minimális 5000-es feltétel szintjén maradnak.

Ez a megoldás nyugdíjszakpolitikai szempontból az első scenárió ellentéte, hiszen egy inkább stagnáló gazdaságot tükröz, amikor is az optimális megoldás csak a nyugdíjkorhatár és az adózási szint 24%-ra való emelésével érhető el.

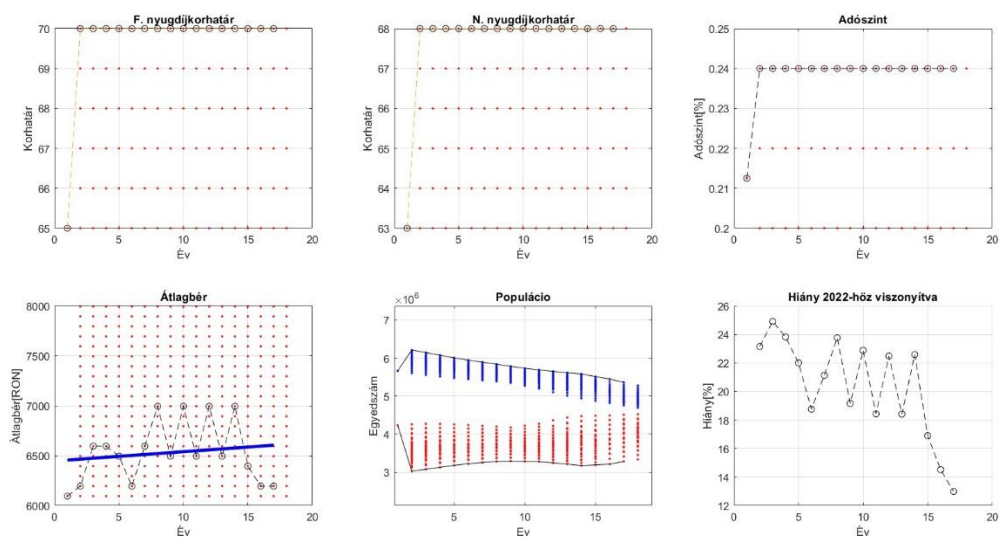
A nyugdíjkorhatár férfiak esetében lépcsőzetesen míg a nők esetében ugrásszerűen 66 évre emelkedik az optimális állapot eléréseért. Fontos kiemelnünk, hogy a populáción belül a munkaerő nem lesz teljesen kihasználva, ezzel egyidejűleg viszont a nyugdíjasok száma stagnál, azaz nem követi a populáció előregedési ütemét. Mindez a nyugdíjkorhatár változtatása miatt történik.



**13. Ábra:** 4./I. Szenárió, bruttó országos átlagbér minimális szinten tartása

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

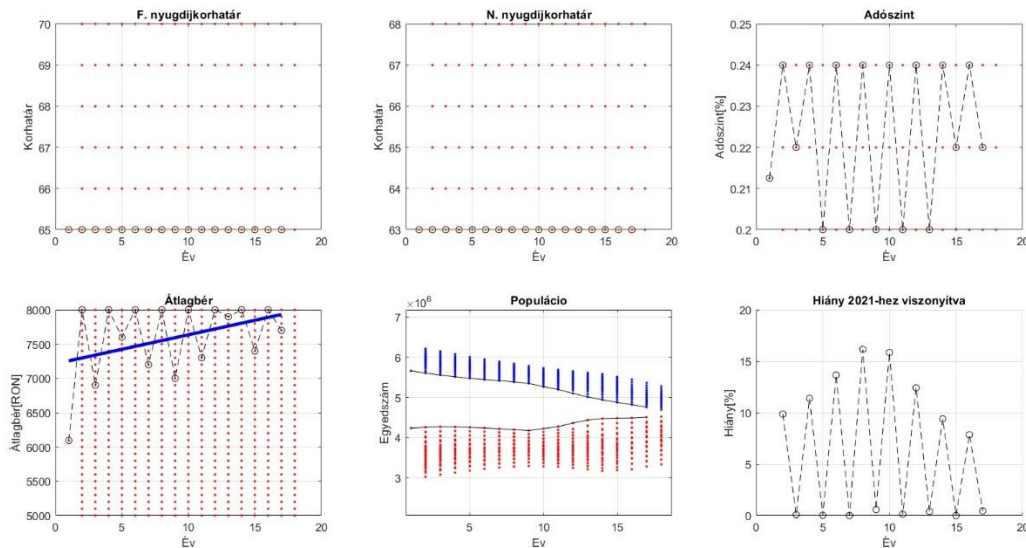
A hiány viszonylag alacsonyan tartható, lokális maximumpontban 2,5%-os értéket ér el. Negyedik szenárióink második pontjában (14. ábra) megvizsgáltuk, hogy mi történik, ha a bruttó országos átlagbér minimális értékét a mai 6095 lejes szintre emeljük.





**14. Ábra:** 4./II. Szenárió, bruttó országos átlagbér minimális szinten tartása

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)



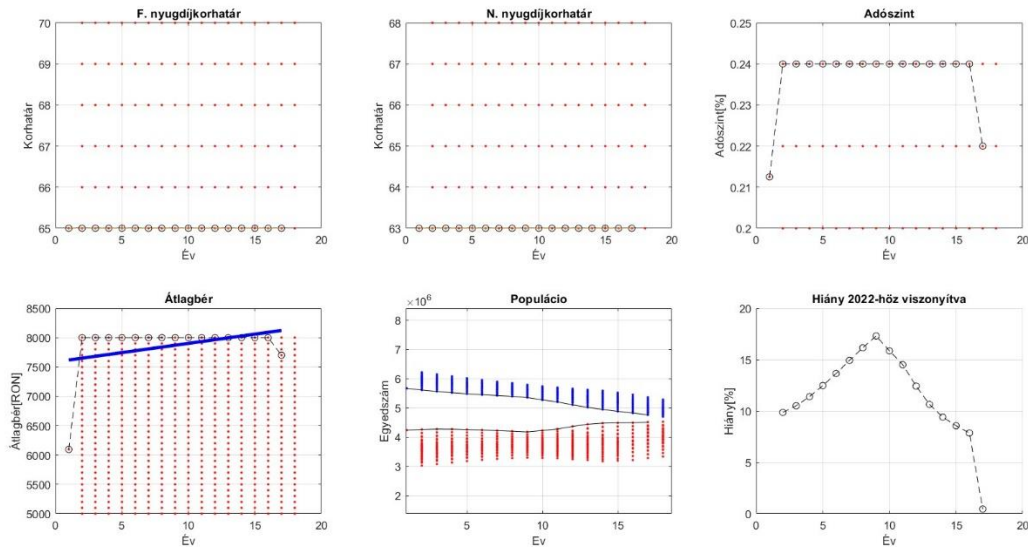
**15. Ábra:** 5. Szenárió, bruttó országos átlagbér és hiány minimális szinten tartása

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

Ebben az esetben a bruttó bért nem tudjuk a minimumon tartani, sokkal volatilibbá válik, elérve a 7000 lej értékű reál bruttó bérszintet, a nyugdíjkorhatár felső határáig emelkedik mindkét nem esetében a teljes periódusban. A hozzájárulási szintnek is el kell mozdulnia 24%-ra a teljes periódusban. A hiányt sikerül alacsony szinten tartani. A munkaerő potenciál viszont nem lesz megfelelően kihasználva, még rosszabb állapotba kerül mint a 4. scenárió első pontjában.

Ötödik scenárióként (15. ábra) a bruttó országos átlagbér minimális szinten tartása illetve a hiány minimalizálása az elsődleges cél. Az együtthatók értékei ez esetben a következők: AF=1, AN=1, B=1, C=100, és D=100. A kevertebb stratégia esetén érdekes eredmény, hogy az átlagbér nem tud minimális szinten maradni, hanem a második scenárióval (11. ábra) megegyező állapotokat mutat az ábra, ahogyan a további paraméterek is. A hiány minimalizálását (11. ábra) érintő prioritási céllal megegyező állapotba vezet az optimális megoldás.

Saaty (1994) alapján a scenáriókon belül a paraméterek prioritási súlyát egy hierarchikus elemző skálán is elhelyezhetjük, és a súlyok meghatározására a páros összehasonlítási mátrixot is alkalmazhatjuk, így 1-10-ig fontosabb, 11-30-ig jóval fontosabb, 31-50-ig lényegesen fontos, 51-100-ig erőteljesen fontos skálához jutunk. A döntéshozó ez által eldöntheti, nem csupán azt, hogy melyik paramétereket emeli ki, tartja a legfontosabbnak, hanem, hogy azt milyen mértékben szeretné.



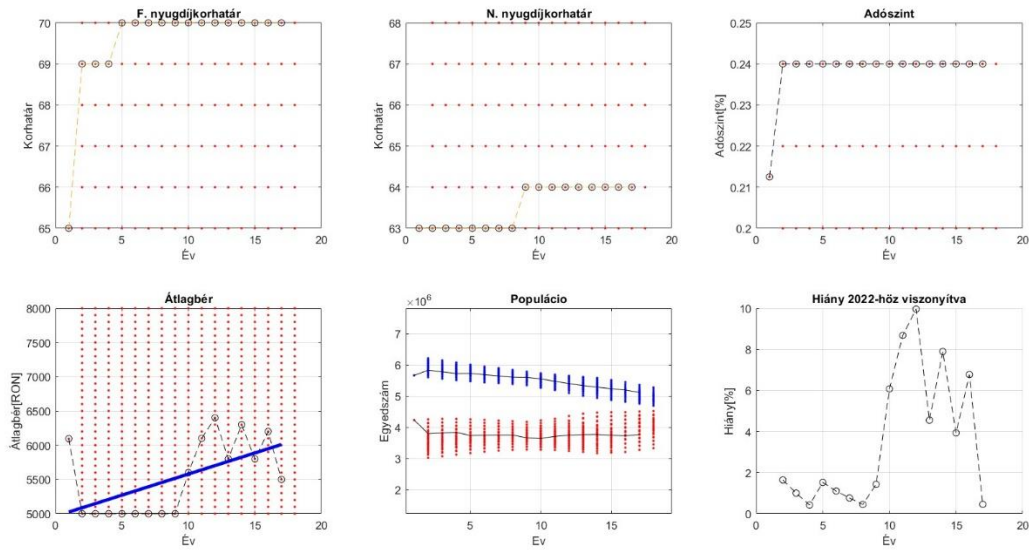
**16. Ábra:** Bruttó országos átlagbér jóval fontosabb prioritás

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

Vizsgáljuk meg, hogy az optimális állapot, hogyan változik, ha ezeken az intervallumokon belül változik a prioritási érték.

Ezeket a változatokat a 4. scenárióban (13. ábra) tárgyalt bruttó országos átlagbérről vonatkozóan fogjuk elvégezni. Elsőként  $C=10$  fontosabb besorolási értékkel futtatjuk a programot  $AF=1$ ,  $AM=1$ ,  $B=1$ , és  $D=1$  értékek mellett, ebben az esetben az optimális megoldás megegyezik az 5. scenárió állapotaival (15. ábra), tehát fontos besorolás mellett a nyugdíjkorhatár csökken a minimum szintre, nem emelkedik ki a bruttó bér, mint legalacsonyabb szinten tartott érték, hiszen azonosan fontos a modellen belül, hasonlóan a többi paraméterhez. Abban az esetben, ha  $C=30$  tehát jóval fontosabb, besorolást használunk. Egy új optimális útvonalhoz (16. ábra), a bérek itt 8000 lejes reál szinten maradnak a teljes időszakban. Ahogy a hozzájárulási szint is 24%-al, a korhatár pedig a minimális szinten. A hiány viszont az előző állapothoz viszonyítva ( $C=10$ ) nem esik vissza minden második évben, hanem kicsúcsosodik.

Abban az esetben, ha  $C=50$  (17. ábra), vagyis a hozzájárulás lényegesen fontosabb, mint a többi paraméter. Ez az állapot van a legközelebb a 4. scenárióhoz, ahogyan a hierarchikus skálán is.



**17. Ábra:** Bruttó országos átlagbér lényegesen fontosabb prioritás

(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

A nyugdíjkorhatár viszont sokkal hamarabb nagyobb léptékkal éri el a maximális szintet, nők esetében viszont alacsonyabban marad. Az adószint állapotai megegyezők. A bér tekintetében az első 8 évben sikerül tartani az 5000-lejt, viszont a periódus második felében ugrásszerűen megnő. A munkaerő nem lesz teljesen kihasználva. A 8. év után a hiány értéke megugrik és a 11. évben 10%-os lokális maximumpontot ér el, ami jóval magasabb, viszont mint a 4. szcenárió 2,3%-os értéke. Az erőteljesen fontos esetet nem tárgyaljuk még egyszer, hiszen az a 4. szcenárióban (13. ábra), már megtörtént.

## 4. Következtetések és javaslatok

Dinamikus nyugdíjmodellünk lehetőséget adott az állami felosztó-kirovó nyugdíjrendszer dinamikájának tanulmányozására, három változó paraméterünk értelmében melyek a nyugdíjkorhatár nők és férfiak esetében, hozzájárulási szint és bruttó országos átlagbér.

Érzékenységvizsgálat alapján a legideálisabb állapotot az első scenárió adja, mikor is a nyugdíjkorhatár a mai szinten marad, hiszen kiemelt fontosságú súllyal rendelkezik a büntető függvényen belül. A hozzájárulási szint is a periódus kezdetén 22%-os szintet ér el, majd 20%-on marad, a hiány mértéke pedig minimális. A populációt tekintve csak ezen a scenárión belül jött ki optimális megoldásként, hogy a nyugdíjas populáció felső határán és az aktív populáció alsó határán jelenik meg. További scenáriók esetén az optimális szintet jelölő vonalak köztes szintet foglalnak el. Ez azt jelenti, hogy növekszik a nyugdíjasok száma és az aktív népesség száma is. A lehetőségekhez képest a nyugdíjasok száma alacsonyabb és az aktívaké magasabb. Az egyetlen felmerülő teher a bruttó országos átlagbér dinamikus növelése 2025 és 2034-ben kiemelkedően, 8000 lej-es reál szinten 2022. évhez viszonyítva, az átlagbérrre illesztett trendvonal alapján  $m=44,95$ , tehát átlagosan évente 45 egységet kell növekednie. Ez viszont komoly gazdasági növekedés mellett valósítható meg, mikor is a döntéshozó erre a területre koncentrálja az erőforrásait, azaz emberi tőkébe történő beruházásokat eszközöl. Ezzel szemben ellentétes gazdaságpolitika a bruttó országos átlagbér alacsonyabb szintje, ha ezt a gazdasági környezet megkívánja (például a jelenlegi gazdasági helyzet ezt mutatja), az optimális megoldás csak a nyugdíjkorhatár és az adózási szint emelésével érhető el. Ez esetben viszont nem csupán döntés kérdése a megoldás, hiszen a nyugdíjkorhatár külső körülményektől függő változó és dinamikája a várható élettartam növekedésének dinamikájával összekapcsolt.

A modell és a hozzátartozó program összességében lehetőséget ad a döntéshozó számára, hogy a meghatározott prioritási sorrend alapján, megadja az életminőséget mutató büntetőfüggvényben a súlyok értékeit. Így különböző nyugdíjrendszer-politikákat kaphat.

Ha a programban megoldjuk a visszacsatolást, AF, AN, B, C, D súlyparaméterek és a döntési paraméterek  $ar_n, arf_n, T_n, \overline{SS}_n$  között, akkor egy nyugdíjrendszerre vonatkozó adaptív dinamikus modellt kapunk. Egyensúlyba kerülnek a döntési paraméterek és súlyparaméterek.

A jövőre vonatkozóan célként tűztük ki a modellünk összehasonítását a szakirodalomban fellelhető dinamikus modellekkel, továbbá új döntési paraméterek beépítését, mint a foglalkoztatottsági ráta, nyugdíjrendszerre vonatkozó dinamikus modellünk adaptív rendszerré való alakítását, illetve eredményünket publikálni is szeretnénk.

## 5. Összefoglalás

A nyugdíjrendszer kérdéskörével alapképzésen kezdtem el foglalkozni. Témaválasztásom oka az Európai Unió szinten jelentkező előregedő társadalom, demográfiai strukturális átalakulás miatt jelentkező, állami felosztó-kirovó nyugdíjrendszereket érintő, pénzügyi fenntarthatósági problémából fakad. Hiszen krízise egyre növekvő társadalmi réteget érint, veszélyeztetve azok jólétét, illetve Arisztotelész megfogalmazásában az állam fő feladatának teljesítését a közjó megteremtését, biztosítását is.

Kezdetben egy statikus modellel vizsgáltam a román állami nyugdíjrendszer fenntarthatóságát. Viszont komplexitásából adódóan, arra a következtetésre jutottam, hogy érdemes a rendszer dinamikáját is megvizsgálni. Jelenlegi dolgozatban egy újszerű megközelítésből építettem fel a nyugdíjrendszer dinamikus modelljét, a Bellman-féle dinamikai egyenletre alapozva. A döntési problémákat jóléti szempontból közelítettem meg. Három komponens: nyugdíjkorhatár, bruttó országos átlagbér és járulék szint változtatásával próbáltam a kívánt nyugdíjrendszert célzott optimális pályán elérni, minimalizálva az általam megszerkesztett büntető függvényt a 2022-2038 periódusra. Érzékenységi vizsgálatot végeztem, melynek során a büntetőfüggvényben más-más prioritási súlyokat rendeltem a meghatározó komponensekhez. Ez által különböző scenáriókhoz, nyugdíjrendszert szakpolitikákhoz jutok. A dolgozatban bemutatott legideálisabb állapotot az első scenárió képezi, ebben az esetben a nyugdíjkorhatár kiemelt fontosságú súlyparaméter értékkel rendelkezik, eredményképpen a vizsgált időszak végéig a mai szinten marad. Az optimális megoldás ennek érdekében, hogy a hozzájárulási szint a periódus kezdetén 22%, majd 20% marad, a hiány mértéke pedig minimális lesz. A populáció esetében csak ezen a scenárión belül jött ki optimális megoldásként, hogy a nyugdíjas populáció felső határán és az aktív populáció alsó határán jelenik meg. További vizsgált scenáriók esetén, az optimális szintet jelölő vonalak köztes szintet foglalnak el. Az egyetlen felmerülő teher, költség a bruttó országos átlagbér dinamikus növelése a 2022-es reálszinthez képest. Ennek megvalósítása érdekében komoly gazdasági növekedés szükséges, a döntéshozó erre a területre kell koncentrálnia az erőforrásait, és emberi tőkébe történő beruházásokat eszközölnie. Ezzel szemben, ellentétes politika, ha reál értékben a bruttó országos átlagbér a jelenlegi szinten marad (negyedik scenárió), például a jelenlegi gazdasági helyzet ezt mutatja, az optimális megoldás csak a nyugdíjkorhatár és az adózási szint emelésével érhető el.

A modell alapját képező egyenletek az aktuálisan érvényben levő romániai nyugdíjrendszerre vonatkozó törvényes kereteket implementálják. A modell adaptív jellegének köszönhetően, a törvényi keretek változása egyszerűen integrálható a létrehozott dinamikus rendszerbe. A modell alapján létrehozott program hozadékként a döntéshozónak lehetősége van prioritási sorrendjének kialakítására, amely alapján meghatározza az életminőséget mutató büntetőfüggvényben a súlyok értékeit. Eredményként optimális megoldásokhoz jut, minimalizálva a jóléti és pénzügyi költségeket, különböző nyugdíjrendszer-politikákat generálva. A megvalósításához a MATLAB programozási környezetet alkalmaztam.

## 6. Irodalomjegyzék:

1. Anghelache, C., Diaconu, A. (2016): Considerations on the evolution of the number of pensioners and pensions Romanian, *Statistical Review*, 4, 140-145.
2. Aprile, R., Sidoti, A. (2000): The forecasting model of the Italian pension system built by the department of general accounts: some methodological issues, Bank of Italy - Fiscal Sustainability Conference, 343-364, [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=210944](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=210944). Letöltve: 2021.12.01.
3. Balteș, N., Dumiter, F., C., David, D., Ștefania J. (2018): Trends regarding the evolution of the Romanian pension system, *Studia Universitatis Economics Series*, 28
4. Bazzana, D. (2020): Ageing population and pension system sustainability: reforms and redistributive implications, *Economia Politica*, 37, 971-992, <https://link.springer.com/article/10.1007/s40888-020-00183-8>. Letöltve: 2021.12.12.
5. Bărbulescu, R. (2013): A Dark Scenario for Romania's Pension System Future: Fertility, Mortality and Migration, Romanian-American University, 8(1), 66-72
6. Beckmann, M., Muth, R. (1954): On the Solution to the 'Fundamental Equation' of inventory theory, *Cowles Commission Discussion*, Paper 2116.
7. Boado-Penas, M. del C., Godínez-Olivares, H., Haberman, S. (2020): Automatic balancing mechanisms for pay-as-you-go pension finance: Do they actually work?, *Economic Challenges of Pension Systems*, 341-358, [https://www.researchgate.net/publication/340069370\\_Automatic\\_Balancing\\_Mechanisms\\_for\\_Pay-As-You-Go\\_Pension\\_Finance\\_Do\\_They\\_Actually\\_Work](https://www.researchgate.net/publication/340069370_Automatic_Balancing_Mechanisms_for_Pay-As-You-Go_Pension_Finance_Do_They_Actually_Work). Letöltve:2021.12.10.
8. Chlon-Dominczak, A. (2018): Impact of changes in multi-pillar pension systems in CEE countries on individual pension wealth, *Journal of Pension Economics & Finance*, 17, 110-120
9. Cristea, M., Marcu, N., Cercelaru, O.-V. (2016): Longer life with worsening pension system? Aging population impact the pension system in two countries: Romania and Croatia, Varazdin, *Economic and Social Development*, Letöltés helye: [https://www.researchgate.net/profile/Fran\\_Galetic/publication/319451011\\_Varazdin\\_Development\\_and\\_Entrepreneurship](https://www.researchgate.net/profile/Fran_Galetic/publication/319451011_Varazdin_Development_and_Entrepreneurship), Letöltve:2021.11.28.
10. Dobre, S., Ioniță, S., Marinache, D. (2012): *Cine va mai plăti pensiile „Decreștelor” în 2030? Situația României în context comparativ UE și șapte scenarii de evoluție a sistemului public de pensii*, Working paper, Expert Forum, București
11. Darmaz-Guzun, A., Hașeganu, D., Stancu, I. (2019): Projections on the sustainability of the pension system in Romania, *Review of Financial Studies*, 4, 52-69
12. Disney, R. (2001): How should we measure pension liabilities in EU countries?, *Pensions: More Information, Less Ideology*, 95-111, [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4757-3363-1\\_6](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4757-3363-1_6). Letöltve:2021.11.18.

13. Dixit, A., K. (1990): *Optimization in economic theory*, Oxford University Press, New York
14. Eleftherios, T., Mirela, C., Gratiela, G., N. (2019): Measuring active ageing within the European Union: implications on economic development, Equilibrium, *Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 14, 591-603
15. European Commission (2021): The 2021 Ageing Report Economic and budgetary projections for the EU Member States (2019-2070), Luxembourg, Publications Office of the European Union, *Institutional Paper 148*, [https://ec.europa.eu/info/publications/2021-ageing-report-economic-and-budgetary-projections-eu-member-states-2019-2070\\_en](https://ec.europa.eu/info/publications/2021-ageing-report-economic-and-budgetary-projections-eu-member-states-2019-2070_en). Letöltve:2021.11.01.
16. European Commission (2014, 2017, 2020): *Romania Country fiche on pension projections prepared for the Economic Policy Committee*, Bucharest, [https://ec.europa.eu/info/sites/default/files/economyfinance/ro\\_ar\\_2021\\_final\\_pension\\_fiche.pdf](https://ec.europa.eu/info/sites/default/files/economyfinance/ro_ar_2021_final_pension_fiche.pdf). Letöltve:2021.12.02.
17. Fougère, M., Mérette, M. (1999): Population ageing and economic growth in seven OECD countries, *Economic Modelling*, 16, 411–427.
18. Galasso, V. (2008): Postponing retirement: The political effect of aging, *Journal of Public Economics*, 92, 2157–2169.
19. Godinez-Olivares, H., Boardo-Penas, M. del C., Haberman, S. (2016): Optimal strategies for pay-as-you go pension finance: A sustainability framework, *Mathematics and Economics*, 69(C), 117–126.
20. Guardiancich, I. (2012): *Pension reforms in Central, Eastern and Southeastern Europe: From postsocialist transition to the global financial crisis*, Routledge, London
21. Hillier, F., Lieberman, G. (1994): *Bevezetés az Operációkutatásba*, LSI Oktatóközpont, Budapest
22. Hyndman, R., J., Shang, H., L., Zeng, Y. (2021): Forecasting the old-age dependency ratio to determine a sustainable pension age, *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 63, 241-256, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/anzs.12330>. Letöltve:2021.12.10.
23. Morgan, Peet, S., Matthew, M. (2021): A generalization of Bellman’s equation with application to path planning, obstacle avoidance and invariant set estimation, *Automatica*, 127, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109821000303>. Letöltve:2021.11.30.
24. Kirk, D., E. (1970): *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice-Hall. Dover Publications, New York, 55.
25. Litterman, R., Sharpe, W. (2014): Past, Present, and Future Financial Thinking, *Financial Analysts Journal*, 70, 16-22, <https://www.cfainstitute.org/en/research/financial-analysts-journal/2014/past-present-and-future-financial-thinking>. Letöltve:2021.12.10.

26. Lőrincz, A. (2020): Előrejelzések a román nyugdíjrendszer fenntarthatóságára vonatkozóan, 35. OTDK Közgazdaságtudományi Szekció, Mikro- és makrogazdaságtan tagozatában különdíjas dolgozat.
27. Lőrincz, A. (2021): Forecasts regarding on the sustainability of the Romanian pension system, *Global Challenges - Local Answers. Interdependencies or Slobalisation?*, 15 th International Conference on Economics and Busniss 2021, Miercurea Ciuc, 335-347
28. Magnani, R. (2011): A general equilibrium evaluation of the sustainability of the new pension reforms in Italy, *Research in Economics*, 65, 5-35.
29. Meier, V., Werding, M. (2010). Ageing and the welfare state: Securing sustainability, *Oxford Review of Economic Policy*, 26(4), 655-673.
30. Merton, R., C. (1973): "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", *Econometrica*, 41 (5), 867–887
31. Miyazaki, K. (2014): The effects of the raising-the-ofcial-pension-age policy in an overlapping generations economy, *Economics Letters*, 123, 329-332.
32. Pânzaru, C. (2015) On the Sustainability of the Romanian Pension System in the Light of Population Declining, *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 183, 77 - 84
33. Saaty, T. (1994): How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process, *European Journal of Operational Research*, 24, 19-43
34. Simonovits, A. (2003): Designing optimal linear rules for flexible retirement, *Journal of Pension Economics & Finance*, *Cambridge University Press*, 2, 273-293
35. Simonovits, A. (2002): *Nyugdíjrendszerek Tények és modellek*, Typotex Kiadó, Budapest
36. Simonovits, A. (2016): Nyugdíjmodellek-belülről, *Magyar Tudomány*, Magyar Tudományos Akadémia, 177évf. 6.sz., 709-721
37. Schultz, T. (1983): *Beruházás az emberi tőkébe*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
38. Schwarz, A., Arias, O., (2014): *The inverting pyramid: Pension Systems, Facing Demographic Challenges in Europe and Central Asia*, The World Bank.
39. Søren, K., S. (2017): The real risk in pension forecasting, *Scandinavian Actuarial Journal*, 250-273, <https://www.tandfonline.com/loi/sact20>. Letöltve:2021.12.09.
40. Sze, M. (1993): The Process of Pension Forecasting, *Journal of Actuarial Practice* 1993-2006, Finance Department, <https://www.semanticscholar.org/paper/The-Process-of-Pension-Forecasting-Sze/9ea14f561090fff6c8c3e0c886c68bfda1ec8bf3>. Letöltve:2021.11.09.
41. Vallasek, M., M. (2015): *A román nyugdíjrendszer fejlesztéseinek irányvonalai a jogharmonizáció tükrében*, Scientia Kiadó, Kolozsvár
42. Vallasek, M., M. (2018): Romániai nyugdíjörkép, a magánbiztosításhelye és szerepe, Magyar Biztosítók Szövetsége; *Biztosítás és kockázat*, 5(1)



## 7. Mellékletek

### 1. Melléklet: A modell megvalósítása MATLAB programozási környezetben

```
function DynPens_rugalmass
%global PopeloszlasF PopeloszlasN PopnyugdijF PopnyugdijN PopaktivF
PopaktivN;
clc
AF=10; % Büntetőfüggvényben a Férfi tag együtthatója
AN=10; % Büntetőfüggvényben a Női tag együtthatója

B=1; % Büntetőfüggvényben a hozzájárulás együtthatója
C=1; % Büntetőfüggvényben az átlagbér együtthatója
D=1; % Büntetőfüggvényben a BAL hiány együtthatója

arminF=65; % férfi nyugdíjkorhatár
armaxF=70;
arminN=63; % női nyugdíjkorhatár
armaxN=68;
Tmin=0.2; % járulékszint intervalluma
Tmax=0.25;
Smin=5000; % bruttó átlagbér intervalluma
Smax=8000;
N=18; % évek szama: 1-2022, 2- 2023, ...
PPPn=1771; % átlagnyugdíj -2022
BALfeltetel=1; % megengedett hiány
FoglSzama2022=5664030;
Atlagber2022=6095;

Slepes=100;
arF(1)=65;
arN(1)=63;
T(1)=0.2125;
S(1)=Atlagber2022;

% Ferfi nepesseg Excel tablaja
TTTF = readtable('nepessegF.xlsx');
P=TTTF(1:86,2:13);
PopF = table2array(P);

% Noi nepesseg Excel tablaja
TTTN = readtable('nepessegN.xlsx');
P=TTTN(1:86,2:13) ;
PopN = table2array(P);
```

```

% Evi nepessegvaltozas kiszamitasa
PopF2=PopF(1:end-2,3:end-1);
PopF1=PopF(2:end-1,4:end) ;
PopN2=PopN(1:end-2,3:end-1);
PopN1=PopN(2:end-1,4:end) ;
HalalozasF=(PopF2-PopF1)./PopF2;
[nnF,mmF]=size(HalalozasF);
AtlagF=sum(HalalozasF)'/mmF;
sssF=PopF(86,:);
s86F=sum((sssF(4:end)-sssF(3:end-1)))/9;
HalalozasN=(PopN2-PopN1)./PopN2;
[nnN,mmN]=size(HalalozasN);
AtlagN=sum(HalalozasN)'/mmN;
sssN=PopN(86,:);
s86N=sum((sssN(4:end)-sssN(3:end-1)))/9;

% Evi nepessegvaltozas grafikonja
figure(1)
plot(AtlagF(1:84),'k.')
hold on
plot(AtlagN(1:84),'m.')
%plot(HalalozasF(1:84,:))
%plot(HalalozasN(1:84,:))
xlabel('Életkor')
ylabel('Elhalálási arány')
grid on

% A dinamikus rendszer kezdeti populacioja
PopeloszlasF(1,:)=[PopF(:,12)];
PopnyugdijF(1)=sum(PopeloszlasF(1,arF(1):end));
PopeloszlasN(1,:)=[PopN(:,12)];
PopnyugdijN(1)=sum(PopeloszlasN(1,arN(1):end));
Popnyugdij(1)=PopnyugdijF(1)+PopnyugdijN(1);

PopaktivF(1)=sum(PopeloszlasF(1,18:arF(1)-1));
PopaktivN(1)=sum(PopeloszlasN(1,18:arN(1)-1));
Popaktiv(1)=PopaktivF(1)+PopaktivN(1);

Pop2022=FoglSzama2022/(PopaktivF(1)+PopaktivN(1));
PoposszesF(1)=sum(PopeloszlasF(1,:));
PoposszesN(1)=sum(PopeloszlasN(1,:));
Poposszes(1)=PoposszesF(1)+PoposszesN(1);

% Nyugdijrendszer bevetele 2022-ben
REV=12*Popaktiv(1)*T(1)*S(1)*Pop2022;
%Nyugdijrendszer kiadása 2022-ben

```

```

EXP=12*Popnyugdij(1)*PPPn;
% Hiány 2022-ben
BAL(1)=REV-EXP;

% Lehetseges megoldasok halmazanak meghatarozasa
OPTPar=[];
OPTPar=[1,arF(1),arN(1),T(1),S(1),Popnyugdij(1),
Popaktiv(1),Poposszes(1),BAL(1)];
for k=2:N
    PopeloszlasF(k,1)=PopF(1,12)';
    for j=2:85
        PopeloszlasF(k,j)=PopeloszlasF(k-1,j-1)*(1-AtlagF(j-1)');
    end
    PopeloszlasF(k,86)=PopeloszlasF(k-1,86)+s86F;

    PopeloszlasN(k,1)=PopN(1,12)';
    for j=2:85
        PopeloszlasN(k,j)=PopeloszlasN(k-1,j-1)*(1-AtlagN(j-1)');
    end
    PopeloszlasN(k,86)=PopeloszlasN(k-1,86)+s86N;

    for arF=arminF:armaxF
        for arN=arminN:armaxN
            PoposszesF(k)=sum(PopeloszlasF(k,:));
            PopnyugdijF(k)=sum(PopeloszlasF(k,arF:end));
            PopaktivF(k)=sum(PopeloszlasF(k,18:arF-1));
            PoposszesN(k)=sum(PopeloszlasN(k,:));
            PopnyugdijN(k)=sum(PopeloszlasN(k,arN:end));
            PopaktivN(k)=sum(PopeloszlasN(k,18:arN-1));
            Popaktiv(k)=PopaktivF(k)+PopaktivN(k);
            Popnyugdij(k)=PopnyugdijF(k)+PopnyugdijN(k);
            Poposszes(k)=PoposszesF(k)+PoposszesN(k);
            for T=Tmin:0.02:Tmax
                for S=Smin:Slepes:Smax
                    REV=12*Popaktiv(k)*T*S*Pop2022;
                    sn1=S/Smin-1;
                    evinovekedes=max([0,(0.5-(0.05*(k+1))])*sn1);
                    EXP=12*Popnyugdij(k)*PPPn*(1+evinovekedes);
                    BAL(k)=(REV-EXP);
                    if BAL(k)>=BAL(1)-BALfeltetel*BAL(1);
                        OPTPar=[OPTPar;k,arF,arN,T,S,Popnyugdij(k),
Popaktiv(k),Poposszes(k),BAL(k)];
                    end;
                end
            end
        end
    end
end
end
end
end

```

```

end

% Buntetofuggveny
F=[OPTPar(:,1),...
    AF*(OPTPar(:,2)-70)/70+AN*(OPTPar(:,3)-70)/70+...
    B*(OPTPar(:,4)-T(1))/T(1)+...
    C*(OPTPar(:,5)-5000)/5000+...
    D*(OPTPar(:,9))/OPTPar(1,9),...
    OPTPar(:,2),OPTPar(:,3)];
% A dinamikus rendszer optimalis megoldasanak
% a meghatarozasa
[kk, kkk]=size(F);
Smin=1000*ones(1,N);
Smin(N+1)=0;
J=zeros(1,N);
J(1)=1;
armaxF1=armaxF;
armaxN1=armaxN;
for i=kk:-1:1
    for j=N:-1:1
        if F(i,1)==j
            if F(i,2)+Smin(j+1)<Smin(j) & F(i,3)<=armaxF1 & ...
F(i,4)<=armaxN1 & F(i,3)>=armaxF1-1 & F(i,4)>=armaxN1-1
                Smin(j)= F(i,2);
                J(j)=i;
                armaxF1=F(i,3);
                armaxN1=F(i,4);
            end
        end
    end
end
end
end
% optimalis ertekek kiiratasa
OPTPar(J, [1,2,3]);

% a dinamikus rendszer mukodeset
% mutato grafikonok kirajzolasa
figure(2)
subplot(2,3,1)
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,2),'r.')
hold on
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),2),'ko')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),2),'--')
title('F. nyugdijkorhatar')
xlabel('Ev')
ylabel('Korhatar')
grid on

```

```

subplot(2,3,2)
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,3),'r.')
hold on
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),3),'ko')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),3),'--')
title('N. nyugdijkorhatar')
xlabel('Ev')
ylabel('Korhatar')
grid on

subplot(2,3,3)
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,4),'r.')
hold on
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),4),'ko')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),4),'k--')
title('Adoszint')
xlabel('Ev')
ylabel('Adoszint[%]')
grid on

subplot(2,3,4)
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,5),'r.')
hold on
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),5),'ko')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),5),'k--')
X=1:N-1;
[R,M,B] = regression(X,OPTPar(J(1:end-1),5)');
RAtlagber=R
MAtlagber=M
BAtlagber=B
plot(X,M*X+B,'b','LineWidth',3)
title('Atlagber')
xlabel('Ev')
ylabel('Atlagber[RON]')
grid on

subplot(2,3,5)
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,6),'r.')
hold on
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,7)*Pop2022,'b.')
plot(OPTPar(:,1),OPTPar(:,8),'g.')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),6),'k')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),7)*Pop2022,'k')
title('Populacio')
xlabel('Ev')
ylabel('Egyedszam')
grid on

```

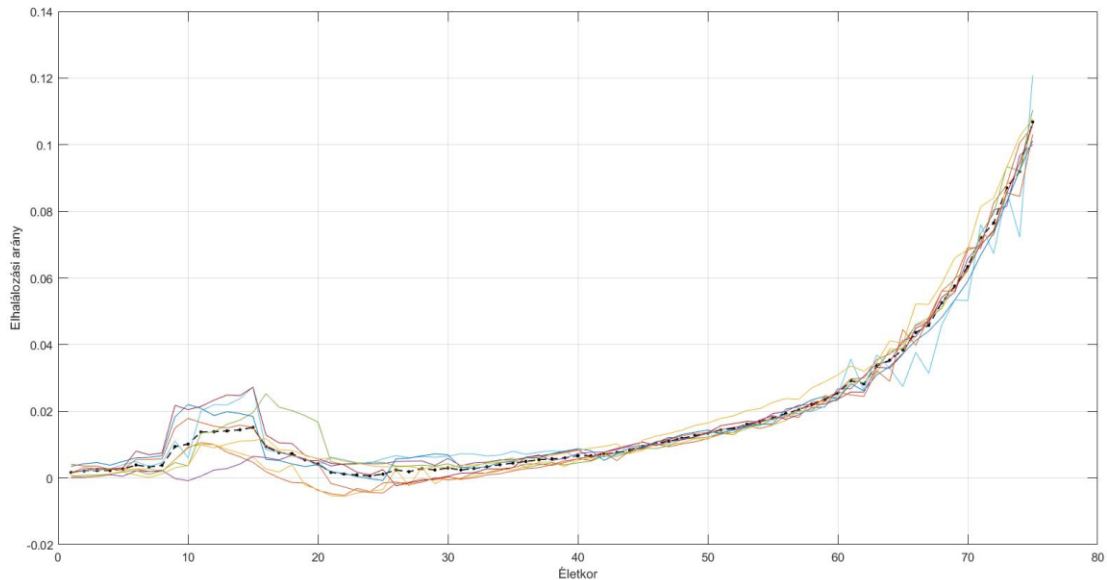
```

subplot(2,3,6)
hold on
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),9)/OPTPar(1,9),'k--')
plot(1:N-1,OPTPar(J(1:end-1),9)/OPTPar(1,9),'ko')
plot(OPTPar(1:50:end,1),OPTPar(1:50:end,9)/OPTPar(1,9)/10,'r.')
plot(OPTPar(1:50:end,1),-OPTPar(1:50:end,9)/OPTPar(1,9)/10,'r.')
grid on
title('Hiány nagysága 2022-hez viszonyítva')
xlabel('Ev')
ylabel('Hiány[10%]')

% az optimumokat ellenorzo grafikon megjelenitese
figure(3)
plot(F(:,1),F(:,2),'r.')
hold on
plot(F(J,1),F(J,2),'k.')
OPTPar(J,[1,2,3]);

```

## 2. Melléklet: A népesség elhalálozási arányai 2010-2021-es időszakban



**18. Ábra:** A népesség elhalálozási arányai 2010-2021-es időszakban  
(Forrás: Saját szerkesztés, INSSE népességi adatai alapján 2022)

## 3. Melléklet: Eredmények összesítő táblázata

**3. Táblázat:** A súlyparaméterek és döntési paraméterek alakulása  
(Forrás: Saját szerkesztés, 2022)

Súlyparaméterek					Döntési paraméterek			
AF	AN	B	C	D	$arf_n$	$arn_n$	$T_n$	$S_n$
10	10	1	1	1	65	63	22	7700
1	1	1	1	100	65	63	22	7700
1	1	100	1	1	65	63	22	7700
1	1	1	100	1	70	66	24	5000
1	1	1	100	1	70	68	24	6195
1	1	1	100	100	65	63	22	7700
1	1	1	10	1	65	63	22	7700
1	1	1	30	1	65	63	22	7700
1	1	1	50	1	70	64	24	5000

**4. Melléklet: Férfi populáció számának alakulása 2010-2021 időtávban, életkoronként**

**4. Táblázat: A férfi népesség 2010-2021-es időszakban**  
(Forrás: Saját szerkesztés, INSSE népességi adatai alapján 2022)

Év Életkorok	Év											
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
0	101481	100725	95142	91942	96285	101373	103008	104446	106745	106547	101689	101853
1	107352	107291	106320	94738	91563	96276	101675	103133	104283	106924	104345	105783
2	111185	111699	110892	106130	94561	92786	96634	101802	102971	104219	103726	106148
3	111348	110821	111274	110571	105680	95513	93011	96709	101617	102921	103380	104469
4	109205	109044	108970	111023	110282	106403	95672	93031	96668	101629	101694	103228
5	110169	110264	109291	108775	110992	110796	106465	95838	93138	96646	100818	101626
6	110100	110544	110771	109033	108779	111293	110798	106458	96022	93221	100208	100790
7	107069	106921	107835	110743	108995	108818	111330	110868	106600	95956	93498	100136
8	108209	108032	108009	107720	110736	109044	108693	111416	110978	106606	95566	93502
9	107567	106629	106596	107974	107678	110798	108886	108597	111487	110895	106003	95521
10	110379	110119	108516	106394	107820	107636	110882	108664	108502	111058	110520	105953
11	113445	112875	114026	108203	106149	107811	107629	110591	108440	108019	110706	110528
12	114453	113912	113208	113726	107913	106126	107813	107313	110339	107894	107652	110648
13	113929	113433	112744	112845	113451	107817	106097	107410	107097	109873	107666	107488
14	110897	110240	111911	112456	112592	113330	107705	105591	107103	106489	109652	107496
15	111804	110955	108658	111634	112305	112273	113015	107328	104655	106479	106247	109576
16	112435	111804	111015	108427	111356	112089	112138	112807	106579	104045	106221	106243
17	118752	117043	116190	110788	108232	110957	111784	111793	111932	105866	103658	106085
18	115307	114075	113153	115653	110282	108084	110439	110973	109008	109891	104954	103341
19	121160	116700	115542	112370	114811	110326	107615	110236	108473	106567	108796	104475
20	123413	119435	118138	114749	111632	114675	108998	104904	107761	106449	104746	107589
21	141358	139452	130292	117464	114073	111316	113226	105848	102331	106040	104894	103826



22	148399	148062	148142	130044	116956	113719	109851	110177	103159	100794	104618	103830
23	152060	151165	149920	148156	129830	116466	112092	106573	107350	101706	99385	103402
24	151191	150606	149957	150255	148001	129103	114844	108676	103723	105985	100173	98036
25	141109	140828	145870	150491	150687	147196	124719	114698	107796	103363	104578	98872
26	139148	140762	137627	146535	151035	149997	142634	124564	114044	107497	102278	103498
27	130865	128289	134232	138588	147309	150245	145682	142513	123829	113782	106468	101263
28	124877	123335	122527	135016	139515	146506	146086	145719	142193	123688	112788	105451
29	137550	135526	130112	123570	136036	138781	142717	146342	145388	141734	122837	112061
30	147672	147344	143612	131381	124667	135677	137854	142698	145653	144869	141650	121903
31	154047	153184	151318	145010	132601	124307	134982	137856	142218	145317	144790	140703
32	158026	157133	155024	152395	146124	132048	123590	135059	137633	141960	145629	143812
33	158618	158848	157307	156188	153539	145344	131074	123684	134987	137426	142235	144862
34	161871	162206	161568	158210	157333	152732	144331	130984	123477	135013	137891	141554
35	162057	161288	160268	162363	157610	156286	151770	143398	131570	122670	135368	137220
36	159250	163171	161104	161299	163322	156666	155479	151036	144017	130569	122971	134702
37	160779	160034	165232	161836	160538	162167	155722	154572	151430	142896	130693	122469
38	147900	147172	147091	165773	162770	159784	161465	154937	154928	150329	143131	129974
39	155129	152604	150501	147615	166290	161569	158809	160617	155302	153812	150432	142555
40	161196	158279	154412	151060	148226	165609	161302	157732	160603	155029	154138	149623
41	174555	168893	163735	154845	151416	147572	165272	160263	157708	160431	155248	153416
42	189038	187166	177333	164042	155245	150664	147169	164229	160053	157457	160486	154413
43	194915	208657	198385	177655	164113	154424	150097	146199	163897	159530	157357	159534
44	167341	166110	201480	198422	177785	163158	153765	149171	145820	163282	159273	156309
45	107538	106408	105438	201146	198433	176651	162886	152848	148266	145245	162764	158068
46	109476	108660	106513	105314	200685	196939	176203	161840	151816	147671	144727	161547
47	110682	110145	109067	106467	105131	199631	196139	174771	160617	150969	146948	143470
48	110669	109556	109660	108844	106382	104410	199053	194722	173277	159543	150030	145523
49	117208	115015	110780	109245	108420	105467	103997	197941	193029	171852	158436	148459

50	122828	121642	118551	110342	108769	107354	104947	103352	196636	191189	170485	156599
51	128812	126545	125560	117740	109549	107758	106638	104230	102358	195480	189368	168330
52	135902	134864	129868	124663	116909	108447	106961	105826	103052	101469	194171	186820
53	139896	137658	135624	128722	123731	115417	107511	106031	104504	101935	100361	192311
54	144079	142570	139359	134130	127587	122189	114181	106278	104567	103333	100767	98847
55	146100	145806	144353	137669	132445	125744	120882	112797	104928	103027	101957	99082
56	150579	150730	148497	142626	135921	130216	124137	119271	111119	103322	101493	100122
57	135478	134155	138629	146410	140675	133577	128161	122186	117427	109140	101682	99486
58	132553	132928	129346	136731	144181	138257	131303	126006	120080	115159	107210	99474
59	129321	128061	129209	127239	134623	141338	135870	128791	123585	117657	113009	104684
60	127252	126689	125634	126809	124928	131953	138661	133187	126112	121352	115189	110132
61	126590	128517	126387	123325	124452	122338	129479	135935	130249	123667	118627	112038
62	123422	123634	127630	123600	120710	121701	119624	126767	132817	127357	120759	115101
63	100967	100861	103607	124968	120744	117674	118930	116763	123852	129844	124242	117079
64	93166	94374	94183	101236	122170	117478	114737	115989	113666	121065	126491	120106
65	92322	91150	92937	91743	98706	119112	114245	111698	112770	110268	117900	122108
66	74415	74667	73654	90553	89180	96074	115806	110958	108271	109347	106949	113831
67	83546	83144	82077	71204	88105	86522	93370	112598	107483	104645	105950	102701
68	71550	71007	71611	79420	68748	85507	83766	90570	109171	103680	101055	101610
69	74691	73573	72203	69038	76744	66171	82668	80962	87607	105593	99885	96545
70	74936	73969	72850	69266	66355	73948	63449	78662	78243	84327	101913	95056
71	77637	77328	75316	69842	66458	63588	71078	61261	76031	75448	81205	97349
72	78114	77462	76336	71779	66872	63354	60685	67626	58648	72817	72159	77219
73	74761	74247	73447	72540	68104	63757	60216	57920	64716	55966	69949	68100
74	70921	70848	70529	69507	68800	64409	60349	58066	55161	61461	52606	66134
75	67217	67029	67450	66318	65591	64980	60520	57238	54638	52156	58334	48886
76	61006	60739	59904	63448	62190	61596	60990	57928	53814	51470	48853	54267
77	57463	56409	55984	55758	59415	58087	57542	57308	53931	50420	47763	45141

<b>78</b>	51436	51608	50753	51775	51861	55237	53799	53667	53210	50179	46834	43742
<b>79</b>	51290	50533	51492	46586	47933	47696	50996	50263	49442	49299	45989	42700
<b>80</b>	43868	43860	42401	47301	42569	43911	43512	46294	46028	45380	45092	41231
<b>81</b>	38907	38408	38897	38387	43338	38639	39909	39877	42160	41934	41334	40391
<b>82</b>	34062	34152	33814	34889	34452	39313	34412	35920	35973	37973	37769	36573
<b>83</b>	29773	29807	29830	30023	31236	30643	35151	31369	32039	32069	34303	33106
<b>84</b>	25242	25023	25030	26299	26452	27742	26856	30281	27568	28321	28371	29867
<b>85 és 85+</b>	86124	86493	87447	94471	102310	109000	115295	118630	126499	130094	136676	137989

**5. Melléklet: Női populáció számának alakulása 2010-2021 időtávban, életkoronként**

**5. Táblázat: A női népesség 2010-2021-es időszakban**  
(Forrás: Saját szerkesztés, INSSE népességi adatai alapján 2022)

Év Életkorok	Év											
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>0</b>	95945	95137	90144	87076	90648	96127	96730	99339	101324	101718	96226	95548
<b>1</b>	101686	101965	100921	89713	86687	90689	96229	96946	99262	102125	99171	100153
<b>2</b>	104974	105078	104629	100709	89495	87987	90910	96493	96947	99726	98459	100721
<b>3</b>	105252	104823	104741	104458	100306	90376	88031	91114	96337	97306	98242	99207
<b>4</b>	103318	103255	103032	104542	104052	101124	90413	88187	91148	96717	95589	98124
<b>5</b>	104037	104482	103836	102891	104453	104528	101360	90275	88169	91095	96342	95467
<b>6</b>	104459	104534	104995	103783	102827	104750	104832	101290	90292	88132	94635	96298
<b>7</b>	101097	101044	101926	104958	103746	103010	104848	104716	101318	90229	88509	94651
<b>8</b>	102253	101926	102057	101789	104959	103874	103183	104754	104724	101205	90052	88550
<b>9</b>	101671	100806	101064	101903	101652	104972	104007	102983	104764	104583	100643	90048
<b>10</b>	104212	104094	102561	100957	101783	101682	104754	103872	102719	104432	104077	100592

<b>11</b>	107738	106983	107947	102218	100703	101758	101527	104587	103598	102299	104004	104004
<b>12</b>	108668	108245	107281	107645	102018	100627	101576	101350	104216	103158	101917	103932
<b>13</b>	108640	107988	107929	107022	107367	101914	100406	101414	101000	103861	102838	101848
<b>14</b>	105329	104610	105681	107672	106719	107366	101608	100081	101072	100568	103551	102631
<b>15</b>	106396	105975	104036	105391	107242	106573	107188	100946	99354	100431	99651	103438
<b>16</b>	107677	106720	106405	103845	105066	107036	106477	106640	100246	98703	99544	99624
<b>17</b>	113664	112231	111000	106198	103607	104962	106868	105819	105869	99579	97920	99422
<b>18</b>	108771	107695	107975	110294	105501	103787	104473	105249	103857	103916	97399	97618
<b>19</b>	112772	108328	108144	106755	109018	105636	103489	103367	103313	101599	101185	97123
<b>20</b>	115336	110707	109919	106556	105294	109025	104036	101939	101253	100914	99952	100292
<b>21</b>	133083	131169	122461	108295	105012	105096	107382	102501	99678	99055	99243	99021
<b>22</b>	139389	139219	139748	120754	106871	104740	103079	105585	100002	97193	97404	98232
<b>23</b>	141670	141178	141203	137904	119103	106422	102570	101290	103083	97523	95458	96385
<b>24</b>	140895	140520	140609	139494	136280	118219	103666	100120	98472	100560	96029	94612
<b>25</b>	132399	132790	137472	139517	138270	135344	116343	101949	98308	97712	99953	95003
<b>26</b>	130713	132356	130202	136794	138450	137391	133890	114646	100312	97519	97195	99294
<b>27</b>	124210	121590	127453	129605	134893	137261	135893	132161	112901	99670	97148	96563
<b>28</b>	120551	118876	117509	127067	129238	134193	136038	134249	130614	112223	99430	96759
<b>29</b>	132469	130858	125506	117356	126961	128561	133274	134757	132960	129972	112064	98949
<b>30</b>	141619	141407	138747	125438	117538	126372	128183	131568	134200	132953	130502	111595
<b>31</b>	148793	147783	146212	138828	125641	116870	125995	126733	130959	134149	133770	130056
<b>32</b>	152023	151541	149775	146058	138986	125058	116582	124719	126501	131099	134896	133500
<b>33</b>	154449	154747	153904	149855	146109	138539	124809	115416	124545	126755	132004	134618
<b>34</b>	157041	157138	156863	153464	149765	145623	138214	123426	115018	124718	127480	131768
<b>35</b>	156784	155917	154982	156458	153254	149291	145517	137245	123436	114459	124786	127252
<b>36</b>	153716	157560	155831	154578	156270	152627	148990	144446	137042	122912	114468	124547
<b>37</b>	155115	153946	159560	155498	154336	155783	152381	147947	144279	136293	122872	114333
<b>38</b>	142530	141829	141395	158975	155105	153904	155344	151253	147654	143248	136218	122731

39	150000	147108	145543	141046	158342	154428	153550	154127	150721	146664	143042	135937
40	156129	152669	148813	145021	140577	157835	153726	152361	153679	150008	146424	142721
41	169397	163898	158058	147927	144483	139916	157039	152506	151896	152930	149770	145971
42	181215	179372	170574	157269	147031	143829	138993	155939	151855	151097	152583	149290
43	187067	202185	192043	169473	156358	146206	142841	137999	155407	150918	150794	152042
44	160438	158767	194449	190774	168494	155576	145060	141420	137491	154460	150515	150256
45	103529	102406	100814	193133	189413	167509	154870	143859	140504	136327	154079	149958
46	107203	106119	103723	100065	191743	188228	166606	153455	142921	139345	135969	153399
47	107996	107223	105987	102973	99261	190742	187262	165234	152416	141623	138905	135340
48	109693	108488	107926	105209	102332	98767	189782	185660	164088	150953	141051	138209
49	117608	114730	110266	107095	104489	101719	98253	188543	184122	162552	150295	140212
50	123335	122409	118097	109536	106272	103907	101191	97621	187465	182856	161754	149359
51	131317	128616	127415	117247	108811	105623	103237	100608	97068	186591	181809	160768
52	141137	139435	133327	126380	116389	108046	105038	102475	99970	96519	185909	180549
53	146853	145180	142268	132462	125453	115666	107276	104321	101746	99252	96009	185006
54	153596	152130	148717	141192	131416	124572	114825	106429	103514	101054	98666	95290
55	157236	157267	154936	147463	140056	130527	123698	113925	105705	102787	100236	97850
56	163488	164186	162079	153855	146362	138962	129658	122743	113085	104853	101952	99367
57	149193	148414	153695	160986	152671	145374	137896	128653	121816	112145	103852	101040
58	146944	147378	143840	152420	159611	151487	144307	136745	127681	120797	111128	102818
59	146481	145063	145768	142706	151153	158270	150312	143164	135596	126541	119732	110049
60	146669	145978	144474	144558	141288	149970	156926	148918	141569	134352	125442	118448
61	146151	148968	146786	143077	143222	140040	148777	155351	147254	140141	133187	124095
62	144638	145250	150169	145282	141779	141886	138641	147308	153515	145791	138873	131611
63	119360	119235	123623	148706	143746	140246	140506	137164	145598	151886	144341	137148
64	110839	111681	111457	122375	147124	142061	138646	138928	135357	143992	150160	142380
65	112987	111572	113105	110030	121053	145442	140347	136875	137052	133606	142340	147947
66	92885	93071	91969	111739	108510	119515	143620	138534	134871	135131	131835	140252

<b>67</b>	105654	105097	104175	90617	110169	106997	117812	141648	136508	132795	133269	129623
<b>68</b>	92236	91670	92567	102546	89060	108542	105317	116074	139437	134333	130745	130708
<b>69</b>	98588	97182	95037	90878	100833	87412	106869	103415	114151	137108	131966	128085
<b>70</b>	101596	100047	98669	92994	89110	98874	85571	104118	101376	111715	134736	128988
<b>71</b>	108145	107227	103956	96535	90869	87130	96820	83822	102036	99472	110040	131712
<b>72</b>	112837	112365	110300	101119	94259	88577	84997	94068	81621	99737	97131	107392
<b>73</b>	109839	108851	108624	107156	98088	91760	85948	82965	91642	79610	97599	94211
<b>74</b>	105773	106073	105044	105229	103950	94927	89097	84092	80486	89058	76928	94656
<b>75</b>	101551	101066	103016	101220	101739	100427	91473	86572	81124	77894	86189	73882
<b>76</b>	93881	93371	91873	98981	97345	97832	96471	89288	83296	78308	74935	82725
<b>77</b>	89448	88313	88329	87504	94745	93037	93741	92920	85304	80082	74734	71432
<b>78</b>	81489	81744	80565	83939	83212	90336	88253	89526	88440	81617	76346	70665
<b>79</b>	81673	80711	82693	75650	79352	78495	85540	84228	84764	83987	76790	72045
<b>80</b>	72173	72437	70313	77636	70787	74391	73419	79862	79040	79848	78894	71551
<b>81</b>	65540	65024	66347	65020	72514	65599	69004	69181	74654	73924	74566	73175
<b>82</b>	57842	57825	57462	61099	59858	67098	60093	63623	63768	69163	68170	68528
<b>83</b>	52317	52347	52893	52070	55941	54536	61439	56302	58090	58462	63779	61973
<b>84</b>	44565	44315	44589	47700	46911	50715	48911	54636	50787	52683	52825	57642
<b>85 és 85+</b>	174399	174597	176861	188389	202704	214026	226099	233292	247382	254101	267057	273258

## 8. Ábrajegyzék

1. Ábra: A nyugdíjrendszer ábrázolása.....	8
2. Ábra: A nyugdíjkorhatár célrendszer.....	13
3. Ábra: Időskorú függőségi ráta.....	20
4. Ábra: Korfa 2020, 2025.....	21
5. Ábra: Korfa 2030.....	22
6. Ábra: Nettó migráció 2019-2070.....	22
7. Ábra: Elhalálozási arány.....	23
8. Ábra: A nyugdíjrendszer dinamikus modellje.....	27
9. Ábra: GDP és Bruttó országos átlagbér növekedési üteme.....	28
10. Ábra: 1. Szenárió, nyugdíjkorhatár mint legfontosabb változó.....	30
11. Ábra: 2. Szenárió, hiány minimalizálás mint legfontosabb változó.....	32
12. Ábra: 3. Szenárió, hozzájárulási szint minimalizálás.....	33
13. Ábra: 4./I. Szenárió, bruttó országos átlagbér minimális szinten tartása.....	34
14. Ábra: 4./II. Szenárió, bruttó országos átlagbér minimális szinten tartása.....	34
15. Ábra: 5. Szenárió, bruttó országos átlagbér és hiány minimális szinten tartása.....	35
16. Ábra: Bruttó országos átlagbér jóval fontosabb prioritás.....	36
17. Ábra: Bruttó országos átlagbér lényegesen fontosabb prioritás.....	37

## 9. Táblázatjegyzék

1. Táblázat: A nyugdíjrendszert meghatározó paraméterek.....	6
2. Táblázat: Várható élettartam alakulása.....	2

## NYILATKOZAT

Alulírott LÖRINCZ ANNAMÁRIA a Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem,  
KAPOSVÁRI Campus,

PÉNZÜGY szak nappali/levelező\* tagozat végzős hallgatója nyilatkozom, hogy a dolgozat saját munkám, melynek elkészítése során a felhasznált irodalmat korrekt módon, a jogi és etikai szabályok betartásával kezeltem. Hozzájárulok ahhoz, hogy Záródolgozatom/Szakdolgozatom/Diplomadolgozatom egyoldalas összefoglalója felkerüljön az Egyetem honlapjára és hogy a digitális verzióban (pdf formátumban) leadott dolgozatom elérhető legyen a témát vezető Tanszéken/Intézetben, illetve az Egyetem központi nyilvántartásában, a jogi és etikai szabályok teljes körű betartása mellett.

A dolgozat állam- vagy szolgálati titkot tartalmaz: igen nem\*

Kelt: 2022 év 10 hó 25 nap

Hallgató

## NYILATKOZAT

A dolgozat készítőjének konzulense nyilatkozom arról, hogy a Záródolgozatom/Szakdolgozatom/Diplomadolgozatom áttekinttem, a hallgatót az irodalmi források korrekt kezelésének követelményeiről, jogi és etikai szabályairól tájékoztattam.

A Záródolgozatom/Szakdolgozatom/Diplomadolgozatom záróvizsgán történő védelemre javaslom / nem javaslom\*.

A dolgozat állam- vagy szolgálati titkot tartalmaz: igen nem\*

Kelt: Kaposvári év 2022 10 hó 25 nap

Belső konzulens

\*Kérjük a megfelelőt aláhúzni!



